

# ЗАКОН ОМА ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО УЧАСТКА ЦЕПИ

Зависимость плотности тока от скорости дрейфа свободных зарядов.

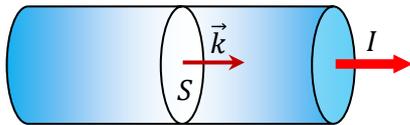


Рис. 1

Определение.

Плотностью тока называется вектор, определяемый соотношением

$$\vec{j} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{I}{S} \vec{k}, \quad (1)$$

где  $I$  — сила тока на участке,  $S$  — площадь его поперечного сечения,  $\vec{k}$  — единичная нормаль к сечению, задающая положительное направление тока.

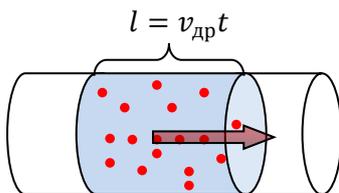


Рис. 2

*Замечание.* Положительное направление тока выбирается условно и не обязательно совпадает с истинным направлением тока. Именно это условно выбранное направление мы учитываем в процессе применения *правила знаков* для тока, речь о котором пойдет в конце темы.

Пусть ток в проводнике создается дрейфом зарядов, величиной  $q_0$  каждый, и концентрации  $n$ . Тогда заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время  $t$  равен

$$q = q_0 n V. \quad (2)$$

где  $V$  — объем цилиндра, содержащего все заряды, которые пройдут через сечение проводника, за время  $t$ . Как легко видеть (см. рис. 2),

$$V = Sl = S v_{\text{др}} t. \quad (3)$$

Подставляя (3) и (2) в (1), получим

$$\vec{j} = \frac{q_0 n S v_{\text{др}} t}{S t} \vec{k} = q_0 n \vec{v}_{\text{др}}.$$

Таким образом, плотность тока носителей  $q_0$ , концентрацией  $n$  задается соотношением

$$\vec{j} = q_0 n \vec{v}_{\text{др}}. \quad (4)$$

## Проблема поддержания тока. Поле сторонних сил. ЭДС.

Если соединить обкладки заряженного конденсатора проводником, то по нему пройдет ток, в результате чего конденсатор разрядится. Ясно, однако, что этот ток будет переменным и, вообще говоря, кратковременным. Как добиться поддержания тока в проводнике неограниченно долго?

Самый простой способ — соединить концы проводника и заставить свободные заряды дрейфовать вдоль него по замкнутым траекториям. Однако при этом они будут постоянно сталкиваться с другими зарядами, в металле это ионы кристаллической решетки. А, значит, со стороны решетки на дрейфующее электронное облако будет действовать сила сопротивления,

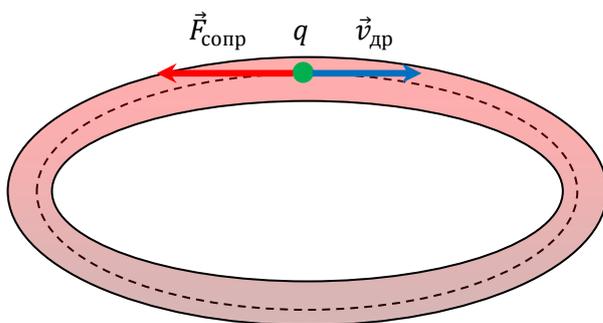


Рис. 3.

постоянно совершая над ним отрицательную работу. Следовательно, для поддержания движения, облака к нему должна быть приложена еще какая-то сила, компенсирующая сопротивление. Что это может быть за сила? Может ли ее роль выполнять электростатическое взаимодействие зарядов? Ответ на последний вопрос отрицателен. Причина тому — консервативность электростатических сил. Ведь, как известно, работа консервативных сил при движении тела

вдоль замкнутой траектории равна нулю. Поэтому, если кулоновские силы на некоторых участках цепи совершат положительную работу, то на остальных участках они совершат такую же по модулю, но отрицательную работу.

Из сказанного ясно, что

**для поддержания стабильного тока в замкнутой цепи необходимы силы принципиально иной природы, нежели кулоновские. Такие силы существуют и называются сторонними.**

Один из видов сторонних сил будет детально рассмотрен в разделе «электромагнитная индукция». Здесь же мы построим количественную теорию электрического тока, не вдаваясь в природу сторонних сил.

Определение.

**Сторонними называются любые действующие на заряд неконсервативные силы, за исключением сил электрического сопротивления.**

**Замечание.** Исключения из числа сторонних только электростатических сил, как это делается во многих учебниках, явно недостаточно. Действительно, в этом случае на роль сторонних, хотя бы в принципе, могли бы претендовать и гравитационные силы. Но ясно, что они не способны решить задачу поддержания тока в замкнутой цепи по той же причине, что и силы кулоновские: гравитационные силы консервативны. А вот силы электрического сопротивления, хотя они и являются неконсервативными, явно не следует причислять к сторонним. Поэтому мы исключили их из числа таковых специальной оговоркой.

Введем в рассмотрение также силовую и энергетическую характеристики поля сторонних сил.

Определение.

**Напряженностью поля сторонней силы называют отношение этой силы к заряду, на который она действует:**

$$\vec{E}_{\text{стор}} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\vec{F}_{\text{стор}}}{q_{\text{пр}}}. \quad (5)$$

Единицей измерения  $\vec{E}_{\text{стор}}$  также как и  $\vec{E}_{\text{кул}}$  является Н/Кл или В/м.

Определение.

**Электродвижущей силой (ЭДС) называют отношение работы сторонних сил по перемещению заряда к этому заряду**

$$\mathcal{E} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{A_{\text{стор}}}{q_{\text{пр}}} \quad (6)$$

Единицей измерения ЭДС, также как и разности потенциалов, является Вольт.

Источник сторонних сил на участке цепи принято называть *источником тока*. Его обозначение хорошо известно из курса 8 класса. Но только с введением в рассмотрения сторонних сил можно исчерпывающе объяснить смысл обозначения полюсов:

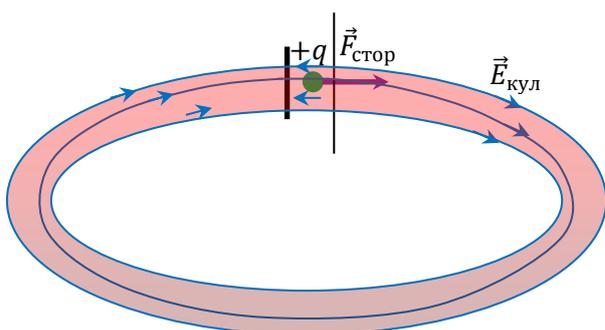


Рис. 4.

**Сторонние силы, действуют на положительный заряд внутри источника тока всегда в направлении от « - » к « + ».**

Если в замкнутой цепи нет других источников, то, в результате такого действия сторонних сил, положительный полюс источника заряжается положительно, а отрицательный — отрицательно, отсюда и происходит название полюсов. В итоге вне области действия сторонних сил — во *внешней цепи* — создается электростатическое поле, поддерживающее ток.

Как видим, кулоновские силы, все же играют принципиальную роль для поддержания тока в замкнутой цепи. Однако внутри источника те же кулоновские силы, будучи консервативными, обратятся против тока, поэтому сторонним силам придется преодолевать еще и их, помимо сил электрического сопротивления.

### Закон Ома для неоднородного участка цепи в дифференциальной форме.

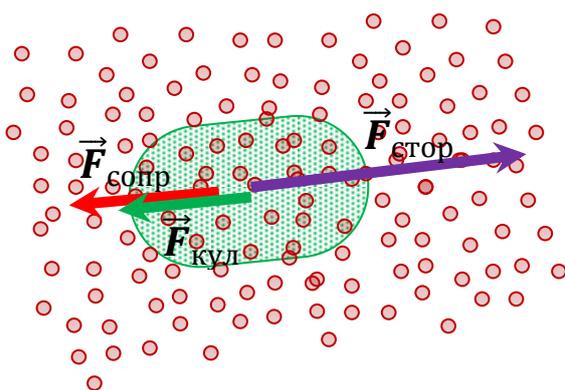


Рис. 5.

Рассмотрим электронное облако из  $N$  зарядов, величиной  $q_0$  каждый, дрейфующее внутри ионной кристаллической решетки металла с постоянной скоростью  $\vec{v}_{\text{др}}$  (рис. 5). В общем случае на облако могут действовать три силы: кулоновские —  $\vec{F}_{\text{кул}}$ , сторонние —  $\vec{F}_{\text{стор}}$ , и сила сопротивления решетки —  $\vec{F}_{\text{сопр}}$ . Для кулоновских и сторонних сил можем написать:

$$\vec{F}_{\text{кул}} + \vec{F}_{\text{стор}} = q_0 N (\vec{E}_{\text{кул}} + \vec{E}_{\text{стор}}). \quad (7)$$

Само облако, обдувая кристаллическую решетку, будет действовать на нее с силой, которая, как известно из механики, пропорциональна скорости движения решетки относительно облака. Тогда, по третьему закону Ньютона, на облако будет действовать противоположная сила. Таким образом:

$$\vec{F}_{\text{сопр}} = -\alpha \vec{v}_{\text{др}}.$$

Однако, поскольку разные части облака подвержены действию силы сопротивления независимо друг от друга, коэффициент  $\alpha$ , в свою очередь должен быть пропорционален  $N$ . Тогда окончательно

$$\vec{F}_{\text{сопр}} = -\beta N \vec{v}_{\text{др}}, \quad (8)$$

Где  $\beta$  — коэффициент сопротивления, приходящийся на единицу объема облака, зависящий очевидно от материала проводника, а также интенсивности хаотического движения ионов решетки, количественной мерой которой является температура.

Подставляя (7) и (8) во второй закон Ньютона, имеем:

$$q_0 N (\vec{E}_{\text{кул}} + \vec{E}_{\text{стор}}) - \beta N \vec{v}_{\text{др}} = m_{\text{об}} \vec{a}. \quad (9)$$

Даже если электронное облако движется с ускорением, правую часть (9) следует приравнять к нулю вследствие незначительной массы облака. Таким образом

$$\vec{v}_{\text{др}} = \frac{q_0}{\beta} (\vec{E}_{\text{кул}} + \vec{E}_{\text{стор}}). \quad (10)$$

Подставляя теперь (10) в (4), имеем

$$\vec{j} = \frac{nq_0^2}{\beta} (\vec{E}_{\text{кул}} + \vec{E}_{\text{стор}}). \quad (11)$$

Величина

$$\gamma = \frac{nq_0^2}{\beta} \quad (12)$$

называется удельной проводимостью проводника, а обратная ей величина

$$\rho = \frac{1}{\gamma} \quad (13)$$

— удельным сопротивлением. Используя его, запишем полученное нами соотношение:

$$\vec{j} = \frac{\vec{E}_{\text{кул}} + \vec{E}_{\text{стор}}}{\rho}. \quad (14)$$

Это и есть закон Ома для неоднородного участка цепи в дифференциальной форме. Для его вывода мы позаимствовали из механики выражение силы сопротивления. При этом нам удалось получить верную зависимость удельной проводимости металла от элементарного заряда и концентрации свободных носителей. Доказательство, не требующее такого заимствования существенно сложнее. Оно проводится в классической электронной теории электропроводности металлов; при этом определяется вид зависимости удельной проводимости от массы носителя свободного заряда, длины его свободного пробега и температуры проводника. Заметим, однако, что зависимость от температуры, полученная в рамках классической теории, идет вразрез с опытными фактами; верный вид зависимости может быть получен только методами квантовой теории, поэтому углублять представления теории классической нам здесь нет никакого смысла.

**Закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме.**

Рассмотрим проводник длиной  $l$  постоянного удельного сопротивления  $\rho$  и сечения  $S$ , внутри которого на заряды действуют сторонние силы (рис. 6). Пусть также проводник находится в электростатическом поле, в результате чего его концы имеют потенциалы  $\varphi_1$   $\varphi_2$ . Благодаря совместному действию на свободные заряды трех основных видов сил, по проводнику протекает ток  $I$ . Проще говоря, рассмотрим *неоднородный участок электрической цепи*. Применим закон Ома в дифференциальной форме к произвольной точке проводника, сообщив пробному заряду  $q$  малое перемещение  $d\vec{l}$  в направлении обхода от точки 1 к точке 2. После несложных преобразований получим.

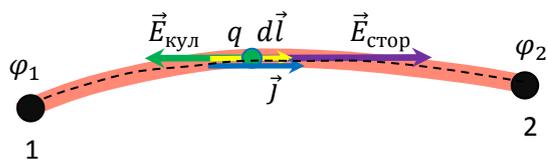


Рис. 6.

Проще говоря, рассмотрим *неоднородный участок электрической цепи*. Применим закон Ома в дифференциальной форме к произвольной точке проводника, сообщив пробному заряду  $q$  малое перемещение  $d\vec{l}$  в направлении обхода от точки 1 к точке 2. После несложных преобразований получим.

$$\rho j d\vec{l} = \frac{q \vec{E}_{\text{кул}} d\vec{l}}{q} + \frac{q \vec{E}_{\text{стор}} d\vec{l}}{q}.$$

Или

$$I_{\text{алг}} \rho \frac{dl}{S} = \frac{dA_{\text{кул}}}{q} + \frac{\delta A_{\text{стор}}}{q}. \quad (15)$$

Суммируя левые и правые части (15), имеем:

$$I_{\text{алг}} \rho \frac{l}{S} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{\text{алг}}. \quad (16)$$

Величина

$$R = \rho \frac{l}{S}. \quad (17)$$

называется сопротивлением участка; (17) дает нам зависимость полного сопротивления от удельного сопротивления проводника и его геометрических размеров. Подставив (17) в (16), получим закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме:

$$\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{\text{алг}} = I_{\text{алг}} R. \quad (18)$$

#### Правило обхода и расстановки знаков ЭДС и силы тока.

Закон Ома (18) имеет один и тот же общий вид независимо от знаков силы тока и электродвижущей силы. Однако, при решении конкретных задач, удобно выразить входящие в него *алгебраические* величины через их модули, истинные или предполагаемые. Для описания этой процедуры сформулируем три простых правила, очевидным образом вытекающие из хода всего изложения. Для удобства приведем еще раз также необходимые определения.

- 1) Под направлением обхода будем понимать условно выбранное направление движения положительного пробного заряда вдоль рассматриваемого участка цепи. Тогда, в левой части (18),  $\varphi_1$  — потенциал начала обхода, а  $\varphi_2$  — конца обхода.

2) Сторонние силы, действуют на положительный заряд внутри источника тока всегда в направлении от « - » к « + ». В этом случае для  $\mathcal{E}_{\text{алг}}$  в левой части (18) справедливо следующее правило знаков:

$$\mathcal{E}_{\text{алг}} = \begin{cases} \mathcal{E}, & \text{если } \vec{F}_{\text{стор}} \uparrow \uparrow \text{ напр. обхода;} \\ -\mathcal{E}, & \text{если } \vec{F}_{\text{стор}} \downarrow \uparrow \text{ напр. обхода.} \end{cases}$$

3) Положительное направление тока определяется вектором нормали к поперечному сечению проводника. Таким образом, положительное направление тока — это тоже условно выбранное направление вдоль рассматриваемого участка, но никак не связанное с направлением обхода. Для  $I_{\text{алг}}$  в правой части (18) справедливо следующее правило знаков:

$$I_{\text{алг}} = \begin{cases} I, & \text{если положительное напр. тока } \uparrow \uparrow \text{ напр. обхода;} \\ -I, & \text{если положительное напр. тока } \downarrow \uparrow \text{ напр. обхода.} \end{cases}$$

**Замечание.** Поскольку и направление обхода, и положительное направление тока выбираются условно, то выбор последнего может показаться бессмысленным. На самом деле это не так. Если, решив конкретную задачу, мы определим знак тока, то зная положительное направление тока, мы сможем указать и его истинное направление.

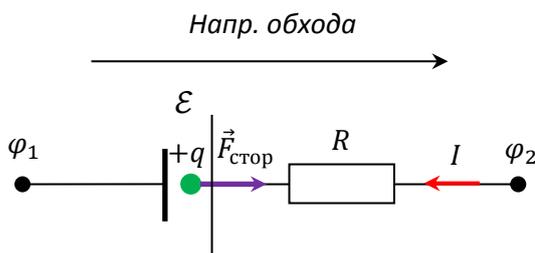


Рис. 7.

В заключение проиллюстрируем правило знаков на конкретном примере. Для участка, изображенного на рис 7, закон Ома, с учетом правила знаков, примет вид:

$$\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E} = -IR.$$

Здесь может показаться странным, опять же, выбор положительного направления тока: может ли он действительно течь в выбранном направлении? Если в цепи, участком которой

является рассмотренный, присутствуют другой источник тока, соединенный одноименными полюсами с источником данного участка, то может.