

КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ. ТЕОРЕМА О КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Определение. Кинетической энергией материальной точки называется половина произведения ее массы на квадрат ее скорости:

$$K_{\text{мт}} = \frac{mv^2}{2}.$$

Определение. Системой тел (механической системой) называется одно или несколько тел, выбранных для рассмотрения в данной задаче.

Определение. Кинетической энергией системы материальных точек называется сумма кинетических энергий всех точек этой системы:

$$K_{\text{смт}} = \sum_{\text{опр}} \frac{m_i v_i^2}{2}.$$

Теорема. Работа всех сил, приложенных к механической системе, равна приращению ее кинетической энергии

∇ (Для материальной точки и постоянной силы)

Пусть к телу массы m приложена сила \vec{F} , под действием которой за время t тело совершило перемещение \vec{s} , а его скорость изменилась от \vec{v}_1 до \vec{v}_2 . По второму закону Ньютона и определению ускорения, для работы силы имеем:

$$A = \vec{F}\vec{s} = m\vec{a}\vec{s} = m \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t} \vec{s}$$

Для перемещения тела известна формула

$$\vec{s} = \frac{\vec{v}_2 + \vec{v}_1}{2} t$$

Подставим эту формулу в предыдущую и используем свойство векторов:

$$m \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t} \frac{\vec{v}_2 + \vec{v}_1}{2} t = m \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} = m \frac{v_2^2}{2} - m \frac{v_1^2}{2} = K_2 - K_1 = \Delta K$$

∇

Общий случай.

Если мы имеем дело с переменной силой, но она по-прежнему действует на материальную точку, то всю траекторию точки разбиваем на элементарные участки, для каждого из них будет верна теорема о кинетической энергии:

$$\delta A = dK.$$

Суммируя в этом соотношении все элементарные работы слева, мы просуммируем все последовательные приращения кинетической энергии справа — получим полное приращение кинетической энергии. Таким образом, для материальной точки и переменной силы теорема о кинетической энергии верна.

Наконец, если у нас не одна материальная точка, а система, то теорема о кинетической энергии будет верна для каждой точки системы:

$$A_i = \Delta K_i.$$

Суммируя в этом соотношении все работы слева, мы просуммируем приращения кинетических энергий всех точек системы, справа — а это и есть полное приращение кинетической энергии системы.

Теорема о кинетической энергии полностью доказана в общем случае. В символическом виде формулы ее можно записать так:

$$\sum_{i=1}^n A_i = \Delta \sum_{i=1}^n K_i.$$