Существует ли предельный переход от квантовой теории к классической?

Обычно более общая теория может быть сформулирована логически замкнутым образом, независимо от менее общей теории, являющейся ее предельным случаем. Так релятивистская механика может быть построена на основе своих принципов без всяких ссылок на ньютонову механику. Формулировка же основных положений квантовой механики принципиально невозможна без привлечения механики классической.

Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. ***"Квантовая механика"***

В данной короткой статье я хотел бы исследовать два аспекта предельного перехода от квантовой теории к классической. Для упомянутой в эпиграфе релятивистской механики существование такого перехода не вызывает сомнений. В этом легко убедиться на хорошо известном примере преобразований Лоренца. Действительно, стоит в преобразованиях Лоренца устремить отношение v/c к нулю, как они, без каких-либо затруднений, переходят в преобразования Галилея. Что же касается квантовой механики, то ее основное соотношение — уравнение Шредингера — по своему виду настолько слабо напоминает уравнения классической механики, что условия предельного перехода к последней требуют отдельного рассмотрения.

Согласно общепринятому мнению, переход от квантовой механики к классической осуществляется путем перевода уравнения Шредингера

$$-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi}{\partial t}=\frac{\hbar^2}{2m_0}\nabla^2\psi+V\psi \qquad (1)$$

в уравнение Гамильтона—Якоби (УГЯ).

$$-\frac{\partial S}{\partial t}=\frac{(\nabla \mathrm{S})^2}{2m_0}+V. \qquad (2)$$

При этом между ψ —функцией и действием S предполагается взаимосвязь:

$$\psi=Ae^{\frac{iS(\boldsymbol{r},\ t)}{\hbar}}. \qquad (3)$$

Чтобы осуществить классический переход, следует получить квантовое уравнение Гамильтона—Якоби (КУГЯ), путем подстановки (3) в (1). Выполним дифференцирование:

$$\nabla\psi=\frac{i\psi}{\hbar}\nabla \mathrm{S}, \qquad (4)$$

$$\nabla^2\psi=-\frac{\psi}{\hbar^2}(\nabla \mathrm{S})^2+\frac{i\psi}{\hbar}\nabla^2 \mathrm{S}, \qquad (5)$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial t}=\frac{i\psi}{\hbar}\frac{\partial S}{\partial t}. \qquad (6)$$

Подставив $(4), (5), (6)$ в (1) и сократив на ψ, получим КУГЯ

$$-\frac{\partial S}{\partial t}=\frac{(\nabla \mathrm{S})^2}{2m_0}-\frac{i\hbar}{2m_0}\nabla^2 \mathrm{S}+V, \qquad (7)$$

которое отличается от классического тем, что содержит квантовый член

$$-\frac{i\hbar}{2m_0}\nabla^2 S. \tag{7'}$$

Далее зачастую (например, в [2]) утверждается, что квантовое уравнение переходит в классическое в пределе при $\hbar \to 0$. С точки зрения математики это совершенно безграмотно: $\hbar$ — фундаментальная физическая постоянная и никуда стремиться не может! Более корректным будет требование малости квантового члена по сравнению с остальными составляющими КУГЯ, хотя и они могут все обратиться в ноль, тогда ничего определенного сказать нельзя. Но подобное условие не имеет той подкупающей наглядности, коей обладает пресловутое $\hbar \to 0$, несущее, по сути, единственный информационный посыл: постоянная Планка пренебрежимо мала для макромира.

Неприятная правда состоит, однако, в том, что условие перехода уравнения Шредингера в уравнение Гамильтона—Якоби, похоже, никак не объясняет, почему макромир является классическим. Чтобы убедиться в этом, возьмем самый, что ни на есть, квантовый объект — монохроматическую волну де Бройля свободной частицы:

$$\psi = Ae^{\frac{i}{\hbar}(\boldsymbol{pr}-Et)} \tag{8}$$

В скобках подэкспоненциального выражения, как следует из (3), находится действие:

$$S = \boldsymbol{pr} - Et \tag{9}$$

Тогда функция Лагранжа частицы примет вид

$$L = \frac{dS}{dt} = \boldsymbol{pv} - E = К - П,$$

что совпадает с ее классическим видом. Далее, ψ −функция (8), будучи скроенной по всем правилам квантовой механики, удовлетворяет уравнению Шредингера. Но тогда и действие (9) ему также удовлетворяет, так как является всего лишь аргументом ψ −функции. Но оно также обращает квантовый член $(7')$ в 0. Учитывая теперь, что для свободной частицы *V*=0, легко убедиться в том, что ψ −волна (8) превращает квантовое уравнение Гамильтона—Якоби в классическое. Можно ли тем самым утверждать что классическую частицу, подобно квантовой, с одинаковой вероятностью можно обнаружить в любой точке пространства? Вопрос, разумеется, риторический.

Создается удивительная ситуация: классический объект, частица, удовлетворяет квантовому уравнению Шредингера, а квантовый, волна, наоборот — приводит нас к классическому уравнению Гамильтона—Якоби. Но удивляться, между тем, нечему, и проницательный читатель мог уже догадаться о причинах подобных квантово-классических метаморфоз. Дело в том, что интеграл действия и классическое уравнение Гамильтона—Якоби не противоречат ни существованию ψ −функции, ни уравнению Шредингера. В классической механике мы постулативно наделяли тела классическими свойствами: в каждый момент времени частица занимала определенное положение, и обладала определенным импульсом. С возникновением квантовой теории смысл их этих величин изменился, но, по крайней мере, для рассмотренного случая, их конфигурация в виде ψ −функции действия свободной частицы по-прежнему удовлетворяет классическому уравнению Гамильтона—Якоби. Поэтому, приходится признать, что переход от квантовой механики к классической, похоже, лежит за пределами формализма Шредингера и Гамильтона—Якоби. По всей видимости, квантовую частицу можно отличить от классической тем, что ψ —функция последней всегда является волновым пакетом, локализованным в материальной точке. Подобное предположение вполне согласуется с фактом стабильности волновых пакетов массивных частиц. Но почему ψ —функция классической частицы является пакетом? Практически тем же вопросом задается Р. Пенроуз ([3]). Приведу его высказывание:

> В этом отношении формализм квантовой механики не проводит различие между отдельными частицами и сложными системами, состоящими из многих частиц. Почему же тогда мы не наблюдаем в повседневной жизни макроскопические тела, например, крикетные шары или даже людей, находящиеся в двух совершенно различных местах? Это — глубокий вопрос, и современная квантовая теория по сути дела не дает нам удовлетворительного ответа на него. В случае объекта, сравнимого с крикетным шаром нам *необходимо* (курсив мой, М. Г.) рассматривать систему на «классическом уровне».

Первоначально моя статья заканчивалась моим же последним вопросом. Но не так давно, когда Сергей Кокарев предложил мне включить ее в сборник, я решил добавить еще один блок, из другой области, но тоже о предельном переходе, суть которого в следующем.

Как известно, необратимый характер неравновесных процессов в термодинамике имеет статистический характер.

Следовательно, такие процессы не могут быть выведены из обратимых уравнений классической механики. С легкой руки Больцмана, в этом разделе физики на арену выходит Его Величество Случай. Казалось бы, сама квантовая механика, в виду вероятностной интерпретации $\psi -$функции, должна обеспечивать предельный переход от классической механики к классической же статистике. Однако против этого имеется, тоже известное, возражение, основанное на том, что волновое уравнение квантовой механики, подобно уравнениям классической механики, является обратимым. (Замечу в скобках, что, было бы иначе, мы бы не получили описанных выше парадоксов.) Вот по этому поводу мне также хочется высказать некоторые соображения.

На мой взгляд, в рассуждения об обратимости уравнений квантовой механики, недооценивается тот факт, что эволюция квантовой системы может быть исчерпывающе описана лишь при наличии единожды заданных начальных условий. А что если эти условия спонтанно возникают в процессе развития системы? Рассмотрим простейший пример — квантовый аналог известного парадокса. Пусть в изолированном сосуде находится газ фотонов, которые периодически «соударяются» с атомами стенок и, возможно, с газом атомов внутри сосуда. Допустим, вначале сосуд был поделен перегородкой, непроницаемой для излучения, и газы заполняли только одну его половину. Открываем перегородку и газ устремляется во вторую половину сосуда. Допустим, атом А, поглотив фотон γ, перешел во второе возбужденное состояние, затем, излучив часть энергии в виде фотона γ', перешел в первое состояние. В этот момент мы, каким-то чудом, обратили волновую функцию всей системы. Значит ли это, что газ, за время, равное прошедшему с момента открытия перегородки, самопроизвольно соберется в первой половине сосуда? Формально мы, конечно, можем описать эволюцию системы в обратном порядке, и тогда так оно и произойдет, но,… похоже, только в голове теоретика. Допустим, атом А обратно поглотит фотон γ' и вернется во второе состояние. Чтобы эволюция системы и дальше пошла в обратном порядке, атом должен испустить фотон γ. Но у атома есть «свобода выбора», в какое из двух состояний переходить, и, насколько мне известно, нет способа, точно ее просчитать — существование такого способа противоречило бы вероятностному характеру квантовых переходов. В результате возможен «сбой», дающий начало иным начальным условиям волновой функции фотона, *в процессе эволюции системы*. Возможность «сбоя», в свою очередь, дает основание рассматривать эволюцию квантовой системы, как процесс реализации наиболее вероятного состояния, *при абсолютно любом виде начальных условий*. В отличие от классического аналога для реализации «сбоя» не требуется отсутствия полной информации о системе у наблюдателя; в принципе, у нас может быть вся информация, наличие которой допускают законы природы, всегда оставляющие место неопределенности, принципиальной на квантовом уровне.

Таким образом, переход от квантовой (и классической) механики к классической статистике, похоже, также отсутствует. И, рискну предположить, его не должно быть в принципе! Потому что именно отсутствие такого перехода делает возможным объяснение подтверждаемых повседневным опытом неравновесных термодинамических явлений, без логических противоречий с другими разделами современной физики.

М. М. Голодняк

ЛИТЕРАТУРА

1. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц.* Квантовая механика. М. Наука, 1989.
2. *А. А. Соколов, И. М. Тернов, В. Ч. Жуковский.* Квантовая механика. М. Наука, 1979.
3. *Р. Пенроуз.* Новый ум короля. М. УРСС, 2003.
4. *А. И. Ансельм.* Основы статистической физики и термодинамики. М. Наука, 1973.