Под редакцией Г.М. Горбаченко, В.В. Грушина.

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО МЕХАНИКЕ

для 9 класса ФМЛ

УДК 53 (075) ББК 22.3я7

Г.М. Горбаченко, В.В. Грушин, Н.А. Добродеев, Ю.В. Самоварщиков. Сборник задач по механике (для 9 класса ФМЛ) / Под ред. Г.М. Горбаченко, В.В. Грушина. М.: МИФИ, 2006.— 40 с.

Настоящий сборник предназначен для аудиторной и самостоятельной работы учащихся 9 класса физико-математического лицея при МИФИ. Сборник составлен в соответствии с программой по физике для средней школы и содержит материал по всем разделам механики этой программы. Учебный материал распределен по отдельным 2-х часовым занятиям с указанием темы занятия. По каждой теме имеется оптимальное для обеспечения учебного процесса число задач, среди которых значительная часть оригинальных. Данный сборник должен способствовать планомерному и углубленному изучению указанного курса.

- © Г.М. Горбаченко, В.В. Грушин, Н.А. Добродеев, Ю.В. Самоварщиков, 2005
- © Московский инженерно-физический институт (государственный университет), 2005

І. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

1. Запись физических величин. Угол и дуга

- **1.1.** Вычислить:
- 1) $0.03 \cdot 5 4 \cdot 0.07$; 2) $(4 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-2})/12 \cdot 10^{3}$;
- 3) $\sqrt{\pi^2+1}$; 4) $(3/4)^{3/2}$.
- **1.2.** Округлив указанные числа с точностью до двух значащих цифр, записать их в виде: $x, y \cdot 10^n$ (например, $0.0276 \approx 2.8 \cdot 10^{-2}$).
 - 1) 357; 2) 0,0015; 3) 2005; 4) 3,0555; 5) 33501; 6) 0,04321; 7) 1,5;
 - 8) 1234,5.
- **1.3.** Занести в тетрадь и запомнить таблицу основных приставок, заменяющих множитель 10^{3n} .
 - 1.4. Какое из каждой пары чисел записано с большей точностью:
 - а) 3,1 м, 3,14 м; б) 2,485 кг, 2,5 кг; в) 2,485 кг, 2485 г;
 - Γ) 0,915 м, 91,5 см; д) 45,5 мс, 0,0455 с; e) 81, 55,0;
 - ж) 81,5, 55; 3) 99,9, 0,1234?
- **1.5.** Представить значения данных физических величин в системе единиц СИ (длина в метрах, масса в килограммах, время в секундах), используя множитель 10^n и сохраняя точность (т.е. число значащих цифр):
 - 1) 55 мг; 2) 60 Мт; 3) 650 км; 4) 10 мкс; 5) 5,0 мин; 6) 0,1 нм;
 - 7) 10 дм²; 8) 1 см³.
- **1.6.** Сохраняя указанную точность, перевести значения углов из градусной меры в радианную:
 - а) 15° ; б) 285° ; в) 5° ; г) 1263° ; д) 45° ; е) 60° ; ж) 57.3° ;
 - з) 11,0°.
- **1.7.** Перевести значения углов из радианной меры в градусную (принять $\pi = 3,14$):
 - a) $2\pi/3$; б) 1,5; в) 3/2; г) 1,2 π ; д) $\pi/4$; e) 11 π ; ж) 1,00; з) $\pi/2$.
 - 1.8. Определить, какой из углов больше (или они равны?):
 - а) $2\pi/3$ и 75° ; б) 2π и 0° ; в) 6° и $\pi/18$; г) 2π и 360° ; д) $\pi/4$ и $2\pi/9$;
 - e) 1,1 и 57°; ж) 11π и -180°; з) $-\pi/15$ и 12°.
- **1.9**. В круге радиуса R=1,0 м выделен сектор с центральным углом $\alpha=40^\circ$. Вычислить площадь сектора и длину дуги окружности, ограничивающей этот сектор.

1.10. Стрелка часов длиной R=10 см повернулась на угол $\alpha=\pi/5$. Какой путь прошла точка, соответствующая концу стрелки?

2. Элементы планиметрии

- **2.1.** Два дома находятся по одну сторону от прямой дороги на разных расстояниях от неё. Геометрическим построением найти где на дороге надо расположить автобусную остановку, чтобы:
 - 1) расстояния от неё до домов были одинаковы;
 - 2) сумма расстояний от неё до домов была наименьшей?
- **2.2.** Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 80°. Определить угол при основании, выразив его в градусах и радианах.
- **2.3.** Через вершину угла, равного $\pi/12$, проведена прямая, перпендикулярная его биссектрисе. Какие углы образует эта прямая со сторонами угла?
- **2.4.** Диагональ прямоугольника делит его на два одинаковых треугольника. Используя это, показать, что сумма углов треугольника равна 180°. Рассмотреть с этой целью параллелограмм.
- **2.5.** Площадь прямоугольного треугольника $S = 6 \text{ cm}^2$, а один из катетов a = 3 см. Выразить второй катет b и гипотенузу c через a и S. Вычислить b и c.
- **2.6.** В ромбе одна из его диагоналей равна стороне. Найти углы ромба.
- **2.7.** Квадрат и ромб имеют одинаковые периметры. Кроме того, как и в предыдущей задаче, сторона ромба равна одной из его диагоналей. Найти отношение площади квадрата к площади ромба.
- **2.8.** Диск диаметром D=40 см повернулся вокруг своей неподвижной оси на угол $\phi=50$ рад. Сколько метров проехала муха, сидевшая на ободе диска?
- **2.9.** Выразить из данных формул величину, указанную жирным шрифтом:

1)
$$M = (mg + F)/a$$
; 2) $M = (mg + F)/(2s/t^2)$;

- 3) $M = (mg + F)t^2/2s$; 4) $ax^2 + bx + c = 0$.
- **2.10**. Найти время движения тела t, если его перемещение $H=v_0t-gt^2/2$. Провести вычисление для H=25 м, $v_0=30$ м/с, g=10 м/с 2 .

3. Тригонометрические функции

- **3.1.** В прямоугольном треугольнике с равными катетами длиной b выразить длину гипотенузы через b и получить точные значения (не вычисляя $\sqrt{2}$) $\sin 45^\circ$, $\cos 45^\circ$, $\tan 45^\circ$, $\tan 45^\circ$, $\tan 45^\circ$. Вычислить эти значения с точностью до трёх значащих цифр и сравнить их с показаниями инженерного калькулятора.
- **3.2.** В равностороннем треугольнике со стороной a провести высоту (она же биссектриса), выразить длины катетов одного из треугольников через a и получить точные значения $\sin 60^\circ$, $\cos 60^\circ$, $\cos 60^\circ$, $\cot 60^\circ$. Вычислить эти значения с точностью до трёх значащих цифр и сравнить их с показаниями инженерного калькулятора.
 - **3.3.** Выполнить задания в задаче 3.2 для угла 30°.
- **3.4**. Нарисовать тригонометрический круг окружность радиусом R=1 (масштаб произвольный) с центром в начале координат x0y. Изобразить радиус под углом $\phi < \pi/2$ к оси 0x. Он пересекает окружность в некоторой точке с координатами x и y (опустить из неё перпендикуляры на оси). Видно, что $\cos \phi = x/R = x$, $\sin \phi = y/R = y$. Если представить, что ϕ уменьшается до 0 (говорят: ϕ стремится ϕ 0), то, ϕ каким значениям стремятся ϕ и ϕ ? Написать значения ϕ 0, ϕ 0.
- **3.5.** По условию задачи 3.4 найти предельные значения x и y, когда φ стремится κ 90°. Указать значения \sin 90°, \cos 90°, \tan 90°, \cot 90°. Составить таблицу точных значений тригонометрических \tan функций для углов 0°, 30°, 45°, 60° и 90°. Запомнить её.
- **3.6.** В прямоугольном треугольнике известен угол $\alpha = 60^\circ$ и лежащий против него катет a = 60 мм. Найти второй катет b и гипотенузу c.

- **3.7.** В прямоугольном треугольнике задан один из острых углов α и гипотенуза c. Найти катеты a, b и второй острый угол β .
- **3.8.** Садовый участок имеет форму прямоугольного треугольника с катетами a = 30 м и b = 40 м. Вычислить острые углы α , β участка и длину забора L вокруг участка (периметр).
- **3.9.** На горизонтальной поверхности земли стоит столб высотой H = 5,5 м. Какова длина его тени b, если лучи света падают под углом $\alpha = 37^{\circ}$ к горизонту?

4. Избранные тригонометрические соотношения

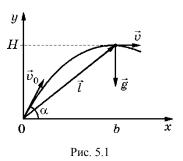
- **4.1.** Изобразить тригонометрический круг (см. задачу 3.4) и угол $\alpha > 90^\circ$, чтобы точка пересечения радиуса с окружностью лежала во второй четверти круга. Принято считать координаты этой точки $x = \cos \alpha$, $y = \sin \alpha$. Тогда какой знак (+ или) имеют функции $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$ при $90^\circ < \alpha < 180^\circ$? Ответить на этот же вопрос, рассмотрев углы в третьей четверти ($180^\circ < \alpha < 270^\circ$) и в четвертой четверти ($270^\circ < \alpha < 360^\circ$).
- **4.2.** Изобразить в тригонометрическом круге произвольный угол α в первой четверти и угол $(180^{\circ} \alpha)$ во второй. Видно, что координаты у соответствующих точек совпали, а координаты x отличаются лишь знаком. Поэтому $\sin{(180^{\circ} \alpha)} = \sin{\alpha}$, $\cos{(180^{\circ} \alpha)} = -\cos{\alpha}$. Используя это свойство, определить точные значения синуса и косинуса для углов 120° , 135° , 150° , а также для 180° .
- **4.3.** Увеличивая угол α (мысленно) в тригонометрическом круге от 0° до 180° , проследить как изменяется (увеличивается или уменьшается) $\sin \alpha$. Результат мысленного опыта представить графически, построив примерный график функции $\sin \alpha$ в указанной области.
- **4.4.** Учитывая указание, данное в задаче 4.1, составить таблицу значений $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ в области $0^{\circ} < \alpha < 360^{\circ}$ через каждые 45°. По этим данным построить графики функций $\sin \alpha$, $\cos \alpha$.
- **4.5.** Используя определения тригонометрических функций на основе прямоугольного треугольника, показать, что для любого угла α :

- 1) tg $\alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$; 2) ctg $\alpha = \cos \alpha / \sin \alpha$;
- 3) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$; 4) $\sin \alpha = \cos (90^\circ \alpha)$.
- **4.6.** При увеличении угла α функции $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$ изменяются так, что их значения через каждые 360° (или 2π радиан) повторяются, т.е. их период равен 2π радиан. Через какой интервал независимой переменной α или x повторяются значения следующих функций (иначе каков их период):
 - 1) $\sin 2\alpha$; 2) $\sin 0.5\alpha$; 3) $\cos x$; 4) $\cos \sqrt{2} \alpha$; 5) $\sin kx$?
- **4.7.** Ниже даны тригонометрические функции, в которых независимой переменной является время t в секундах (полное выражение под знаком косинуса или синуса всегда безразмерно, например, это радианы). Через какое время T повторяются значения этих функций (T—период колебаний):
 - 1) $\sin \pi t$; 2) $\sin (\pi/2) t$; 3) $\cos 2t$; 4) $\cos (\pi 10^3 t/2)$?
 - 4.8. Каков период функций:
 - a) $\cos t$; 6) $\sin \omega t$; B) $\cos 2\pi t/\tau$?

II. ВЕКТОРНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

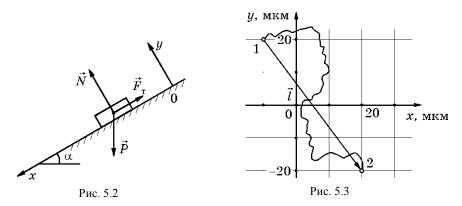
5. Проекции, модуль и направление вектора

5.1. Камень бросили со скоростью $v_0 = 12\,\mathrm{M/c}$ под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. За время подъема на максимальную высоту $H = 5.5\,\mathrm{M}$ он переместился в горизонтальном направлении на расстояние $b = 6.35\,\mathrm{M}$, и в верхней точке его скорость составляла $v = 6\,\mathrm{M/c}$. На рис. 5.1 изображены указанные величины, а также



перемещение камня \vec{l} за время подъема и вектор его ускорения \vec{g} ($g=9,8\,\,\mathrm{m/c^2}$). Найти проекции всех векторов на оси указанной системы координат. Определить модуль и направление (угол β с осью 0x) вектора \vec{l} .

- **5.2.** Двигаясь в плоскости x0y, небольшое тело переместилось из точки 1 (-2, 1) в точку 2 (3, 3), затем из точки 2 в точку 3 (4, -2) и, наконец, из точки 3 в точку 4 (1, 4) (в скобках указаны координаты x и y в метрах). Изобразив на чертеже векторы перемещения \vec{l}_1 , \vec{l}_2 , \vec{l}_3 тела, определить проекции на оси 0x, 0y и модули этих векторов.
- **5.3.** Самолет летит так, что он перемещается вдоль поверхности Земли со скоростью $v_x = 80\,\mathrm{m/c}$ и одновременно поднимается вверх со скоростью $v_y = 60\,\mathrm{m/c}$. Найти модуль скорости самолета \vec{v} и направление его полета (угол вектора \vec{v} с горизонтом).
- **5.4.** По горизонтальной дороге в направлении оси 0x катится обруч радиусом R. Ось 0y направлена вверх. Найти векторы перемещения точки обруча, вначале касавшейся земли, через 1/4, 1/2, 3/4 оборота и за время полного оборота обруча.
- **5.5.** На брусок, скользящий по наклонной плоскости (рис. 5.2), действуют сила тяжести $P=10\,\mathrm{H}$, нормальная реакция опоры $N=8\,\mathrm{H}$ и сила трения $F_{\mathrm{T}}=2\,\mathrm{H}$. Угол наклона $\alpha=37^\circ$. Определить проекции этих сил в системе координат x0y. Решить эту задачу, выбрав любую другую систему координат.

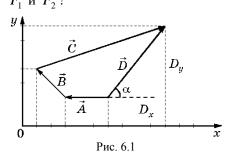


5.6. Кран переместил груз сначала вертикально вверх на 15 м, затем вдоль фасада здания на 10 м и, наконец, перпендикулярно фасаду на 8 м к приемной площадке верхнего этажа. Определить длину вектора перемещения груза.

5.7. В поле зрения микроскопа (рис. 5.3) броуновская частица переместилась из точки 1 в точку 2, расположенную на 33 мкм выше точки 1 (плоскость x0y горизонтальна, ось 0z направлена вверх). Определить модуль перемещения частицы. Каков угол α между перемещением частицы и осью 0x?

6. Сложение векторов. Умножение вектора на скаляр

6.1. Между тремя силами \vec{F}_1 , \vec{F}_2 , \vec{F}_3 равными по модулю, существует связь: $\vec{F}_3 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Чему равен угол между векторами \vec{F}_1 и \vec{F}_2 ?



- 6.2. На рис. 6.1 изображен вектор $\vec{D} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$. Изобразите эти векторы на миллиметровой бумаге и убедитесь, что $D_x = A_x + B_x + C_x$, $D_y = A_y + B_y + C_y$. Найдите модуль и направление вектора \vec{D} .
- **6.3.** Между тремя силами \vec{F}_1 , \vec{F}_2 , \vec{F}_3 , равными по модулю, существует связь: $\vec{F}_3 = \vec{F}_1 \vec{F}_2$. Чему равен угол между векторами \vec{F}_1 и \vec{F}_2 ?
- **6.4.** По условию задачи 5.2 из чертежа найти проекции вектора полного перемещения тела $\vec{l}=\vec{l_1}+\vec{l_2}+\vec{l_3}$ (вектор, проведенный из точки 1 в точку 4). Сложив проекции, найденные в задаче 5.2, убедитесь, что $l_x=l_{1x}+l_{2x}+l_{3x},\ l_y=l_{1y}+l_{2y}+l_{3y}$.
- **6.5.** На тело действуют две силы $F_1=3\,\mathrm{H}$ и $F_2=5\,\mathrm{H}$. Угол между ними $\alpha=120^\circ$. Каковы модуль и направление равнодействующей силы $\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2$? Ее направление задать углом β с вектором \vec{F}_1 . Задачу решить двумя способами: а) геометрически; б) используя проекции сил в некоторой системе координат.

- **6.6.** По условию задачи 5.5 определить модуль и направление силы $\vec{F} = \vec{F}_{\rm T} + \vec{N} + \vec{P}$ (рассчитать сначала F_x и F_y в указанной системе координат).
- **6.7.** Скорости шарика до удара о плиту \vec{v}_0 и после удара \vec{v} равны по модулю и противоположны по направлению. Изобразить вектор $\Delta \vec{v} = \vec{v} \vec{v}_0$ и вычислить его модуль (обозначается $|\Delta \vec{v}|$). Вычислить также $\Delta v = v v_0$.
- **6.8**. Используя векторы и масштабные деления на рис. 6.1, найти модуль и направление вектора $\vec{E} = 5\vec{A} \vec{B} + 2\vec{C}$ (вычислить сначала E_x и E_y).
- **6.9.** Определить проекции, а также модуль и направление (угол β с осью 0у) силы $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$, действующей на заряд величины q, помещенный в электрическое поле напряженностью \vec{E} ($E_x = 0$, $E_y = 3 \cdot 10^4 \, \text{B/m}$, $E_z = -4 \cdot 10^4 \, \text{B/m}$), если:
 - а) $q = 2 \cdot 10^{-6} \,\text{K}$ л, б) $q = -3 \cdot 10^{-6} \,\text{K}$ л (1 Kл · 1 B/м = 1 H).

7. Разложение вектора на составляющие. Скалярное произведение векторов

- **7.1.** Шарик прикреплен к двум нитям, одна из которых горизонтальна, другая образует угол $\alpha=30^\circ$ с горизонтом. Сила тяжести шарика P=1,0 Н. Определить силы P_1 и P_2 , действующие на нити.
- **7.2.** В лучах Солнца, падающих с востока под углом $\alpha=45^\circ$ к горизонту, в западном направлении взлетает самолет со скоростью $v=400\,\mathrm{km/4}$. Вектор \vec{v} образует угол $\beta=30^\circ$ с горизонтальной поверхностью Земли. Определить скорость движения тени самолета на поверхности Земли.
- **7.3.** По условию задачи 5.1 выразить вектор \vec{l} через его составляющие в указанной системе координат (использовать орты координатных осей).

- **7.4.** Найти модуль и направление (угол α с осью 0x) скорости тела \vec{v} , если $\vec{v} = -12 \cdot \vec{i} + 9 \cdot \vec{j}$ (м/с).
- **7.5.** Известно, что работа A, совершенная постоянной силой \vec{F} при прямолинейном перемещении тела \vec{l} , равна скалярному произведению этих векторов: Найти A, если F=10 H, l=25 м, а угол между этими векторами $\alpha=37^{\circ}$ (1 H · 1 м = 1 Дж).
- **7.6.** Вычислить скалярные произведения: $\vec{i} \cdot \vec{i}$, $\vec{j} \cdot \vec{j}$, $\vec{i} \cdot \vec{j}$, $\vec{i} \cdot \vec{k}$ где \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} орты координатных осей 0x, 0y, 0z, соответственно.
- **7.7.** Вычислить скалярное произведение силы $\vec{F} = 30\vec{i} + 40\vec{j}$ (H) и перемещения $\vec{l} = 80\vec{i} + 60\vec{j}$ (м). Каков угол между векторами \vec{F} и \vec{l} ?
 - **7.8.** Найти угол между векторами $\vec{r} = 12\vec{i} + 9\vec{j}$ и $\vec{R} = 9\vec{i} 12\vec{j}$.

III. ПОНЯТИЯ КИНЕМАТИКИ. РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

8. Основные понятия кинематики

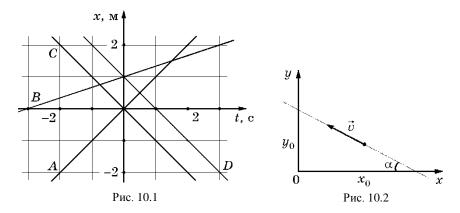
- **8.1.** Как движется (поступательно или вращательно) кабина «колеса обозрения» в системе отсчета, связанной:
 - а) с Землей; б) с колесом?
- **8.2.** Материальная точка движется по прямолинейному отрезку. Может ли пройденный ею путь быть равным 13 см за время, в течение которого она переместилась на 10 см?
- **8.3.** Траекторией частицы является окружность радиусом R. Определить путь s и модуль перемещения \vec{l} частицы, если радиусвектор, проведенный к ней из центра окружности, повернулся на угол:
 - a) $\pi/2$; 6) 2π .
- **8.4.** За время t=5 с материальная точка переместилась на (м). Записать выражение для скорости точки , а также найти её модуль и направление.

- **8.5.** Поезд длиной d=300 м движется по прямолинейной колее со скоростью v=36 км/час. Какой путь s пройдет поезд за время $\tau=0,5$ с? Обсудить: можно ли в этой задаче считать поезд материальной точкой?
- **8.6.** Радиус-вектор некоторой точки пространства $\vec{r} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$ (м). Найти координаты этой точки (x, y, z) и её расстояние от начала координат.
- **8.7.** Небольшое тело переместилось из точки 1 ($\vec{r}_1 = \vec{i} + 2\vec{j}$, координаты в метрах) в точку 2 ($\vec{r}_2 = 5\vec{i} + 5\vec{j}$). Вычислить модуль перемещения тела $\vec{l} = \Delta \vec{r} = \vec{r}_2 \vec{r}_1$. Изобразить систему координат и эти векторы.
- **8.8.** Взлетая с поверхности Земли на расстоянии b=2,7 км от наблюдателя и пролетая над ним на высоте 2b, тело движется по траектории $y=A\sqrt{x}$ (ось 0x совпадает с поверхностью Земли). Найти перемещение тела \vec{l} от начала движения до момента, когда оно удалилось от наблюдателя на d=7,8 км.

9. Относительность движения. Сложение перемещений и скоростей

- **9.1.** На край доски длиной b=60 см поместили небольшой брусок. Выдергивая доску из под бруска, ее переместили на 1,5b, когда брусок соскользнул с противоположного края. Изобразить перемещение доски \vec{l}_0 , перемещения бруска относительно стола \vec{l} и относительно доски \vec{l} и убедиться, что $\vec{l}=\vec{l}$ ' $+\vec{l}_0$. Найти модули этих векторов.
- **9.2.** Наклонной плоскостью является грань призмы, образующая угол $\alpha=40^\circ$ с горизонтальной поверхностью стола. На призму кладут небольшое тело на высоте h=20 см от стола. В момент, когда тело соскользнуло с призмы, последняя переместилась на b=50 мм. Найти перемещение тела \vec{l} относительно стола, определив его модуль и направление (угол β с горизонтом).

- **9.3.** Велосипедист движется навстречу ветру. Скорость ветра $v=4\,\mathrm{m/c}$, скорость велосипедиста $v_0=36\,\mathrm{km/4}$. Какова скорость v' воздуха относительно велосипедиста? Изобразить эти векторы и убедиться, что $\vec{v}=\vec{v}'+\vec{v}_0$.
- **9.4.** С какой скоростью v' относительно воды должен перемещаться лодочник, чтобы кратчайшим путем переплыть реку шириной d=90 м за время $\tau=2,5$ мин? Скорость течения реки $v_0'=80$ см/с. Какой курс к направлению переправы должен при этом выдерживать лодочник?
- **9.5.** Два тела движутся поступательно во взаимно перпендикулярных направлениях со скоростями $v_1 = 12\,\mathrm{m/c}$ и $v_2 = 16\,\mathrm{m/c}$. Определить скорость v_{12} первого тела относительно второго и угол α между векторами \vec{v}_1 и \vec{v}_{12} .
- **9.6.** Студент, возвращаясь домой на электричке в безветренную дождливую погоду, решает измерить скорость падения капель дождя за окном. С этой целью он оценивает скорость вагона по километровым столбам ($v_0 = 36 \ \mathrm{km/ч}$) и угол между вертикалью и направлением движения капель по оконному стеклу ($\alpha = 50^\circ$). Какие значения скорости капель относительно Земли v и относительно вагона v' получил студент?
- **9.7.** Колонна войск длиной l=2,0 км движется вдоль шоссе со скоростью u=5,0 км/ч. Командир, находящийся в конце колонны, посылает мотоциклиста с распоряжением головному отряду. Мотоциклист вернулся через $\tau=10$ мин. Определить его скорость υ . Время отдачи распоряжения мало.
- **9.8.** Из игрушечной пушки вылетает шарик со скоростью v=2,5 м/с под углом $\alpha=60^\circ$ к горизонту. В момент его вылета за счет отдачи пушка движется со скоростью $v_0=70\,\mathrm{cm/c}$ по горизонтальному полу. Определить скорость шарика v' относительно пушки и угол β наклона ствола пушки к горизонту.
- **9.9.** Гребя против течения, рыбак обронил удочку, проплывая под мостом. Обнаружив пропажу через $\tau = 1/4$ ч, рыбак повернул

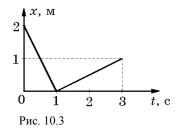


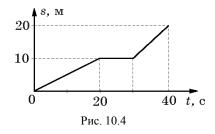
обратно и, гребя с прежней силой, догнал удочку на расстоянии $b=0.5~{\rm km}$ от моста. Определить скорость реки v_0 .

10. Равномерное прямолинейное движение (графики)

- **10.1.** На рис. 10.1 даны графики движения вдоль оси 0x тел A, B, C, D. Куда и с какой скоростью двигались тела? Определив координату при $t_0 = 0$ и проекцию скорости, записать зависимость от времени координаты x(t) каждого тела.
- **10.2.** Двигаясь по прямой, тело за каждую секунду перемещается на 1 м. Можно ли утверждать, что такое движение всегда является равномерным?
- **10.3.** Частица движется с постоянной скоростью v под углом α к оси 0x (рис. 10.2). В момент $t_0 = 0$ её координаты x_0 и y_0 . Описать движение частицы, задав её положение в пространстве x (t), y (t) в любой момент времени t. Записать уравнение траектории.
- **10.4.** Поездка из пункта A в пункт B заняла у велосипедиста времени вдвое меньше, чем его возвращение в A без стоянки в B ($v_1=2v_2$). На общий путь s=40 км он затратил время $\tau=3$ ч. Выбрав ось 0x от A к B, построить графики проекции скорости $v_x(t)$, проекции перемещения $l_x(t)$, модуля скорости v(t) и пути s(t) велосипедиста.

- **10.5.** На рис. 10.3 изображена зависимость от времени координаты x(t) точки, движущейся вдоль оси 0x. Один под другим построить графики зависимости от времени проекций перемещения $l_x(t)$ и скорости $v_x(t)$, а также модуля скорости v(t) и пути s(t).
- **10.6.** По графику пути s(t) построить график координаты x(t) частицы, движущейся вдоль оси 0x (рис. 10.4). Известно, что после остановки, изменив направление движения на противоположное, частица двигалась в направлении оси 0x. Начальная координата $x_0 = 5$ м.





- **10.7.** По оси 0x движутся две точки: первая по закону $x_1(t) = 10 + 2t$, а вторая по закону $x_2(t) = 4 + 5t$ (x в метрах, t в секундах). Найти координату $x_{\rm B}$ и момент $t_{\rm B}$ их встречи. Решить задачу аналитически и графически.
- **10.8.** В некоторый момент t_0 машина находится на расстоянии s от поста ДПС и приближается к нему с постоянной скоростью v. Описать движение машины (решить основную задачу кинематики), совместив начало системы координат с постом ДПС и направив ось 0x от поста к машине.

11. Равномерное прямолинейное движение (методика)

11.1. Из точек 1 и 2, между которыми расстояние b=1,2 м, одновременно навстречу друг другу стали двигаться два тела со скоростями $v_1=12\,\mathrm{cm/c}$ и $v_2=18\,\mathrm{cm/c}$. Выбрав удобную систему отсчета (например, ось 0x от точки 1 к точке 2 с началом в точке 1,

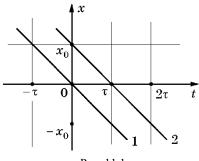


Рис. 11.1

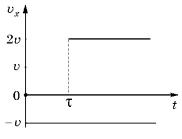


Рис. 11.2

 $t_0 = 0$ в момент старта), написать уравнения движения тел $x_1(t)$, $x_2(t)$ (в буквах). Построить графики функций этих (качественно, т.е. не указывая Подставив чисел на осях). уравнения движения момент $t_{\scriptscriptstyle \rm R}$ и координату $x_{_{\mathrm{B}}}$ встречи тел, найти полученной системы уравнений (в буквах). Вычислить время и координату встречи.

11.2. Из пунктов A и B, расположенных вдоль прямого шоссе на расстоянии l=3 км друг от друга, в одном направлении одновременно начали движение велосипедист и пешеход: велосипедист из пункта A со скоростью $v_1=15$ км/ч, пешеход

из пункта B со скоростью $v_2 = 5$ км/ч. Через сколько времени τ и на каком расстоянии s от пункта B велосипедист догонит пешехода?

- **11.3.** Города A и B расположены на прямой дороге на расстоянии b=120 км один от другого. Из A в B вышла машина со скоростью $v_1=60$ км/ч. Через какое время τ из A в B должна выйти вторая машина, движущаяся со скоростью $v_2=90$ км/ч, чтобы обе машины прибыли в B одновременно?
- **11.4.** Две частицы 1 и 2 движутся по параллельным траекториям, одна из которых совпадает с осью 0x (см. рис. 11.1). Используя данные рисунка, записать зависимости от времени координат частиц $x_1(t)$, $x_2(t)$. Найти расстояние l между движущимися частицами.
- **11.5.** На рис. 11.2 даны графики проекций скорости двух частиц, между которыми начальное расстояние $d=100\,$ м. По данным рисунка $v=50\,$ м/с. Более быстрая частица стартовала из начала координат, и когда она пришла в начальный пункт другой частицы,

- последняя удалилась от этого пункта на 3d/4. Где $(x_{_{\rm B}})$ и когда $(t_{_{\rm B}})$ произошла встреча частиц?
- **11.6**. Из конечных точек маршрута длиной l=120 км навстречу друг другу выехали два автобуса: один в момент $\tau_1=9$ ч 00 мин со скоростью $v_1=40$ км/ч, другой в момент $\tau_2=9$ ч 30 мин со скоростью $v_2=60$ км/ч. В какое время суток и на каком расстоянии от конечных точек маршрута встретились автобусы?
- **11.7**. Автомобиль, двигаясь равномерно со скоростью v_1 = 60 км/ч, в течение времени t_1 = 10 с прошел такой же путь, какой автобус, двигаясь равномерно в том же направлении, прошел за время t_2 = 15 с. Каково расстояние d между ними спустя время t_3 = 15 мин после встречи? Вычислить их относительную скорость v'.
- **11.8.** Из города A в город B отправляется со скоростью $v_1 = 60$ км/ч грузовая машина. Спустя время $\tau_0 = 1,0$ ч ей навстречу из города B выходит легковая машина со скоростью $v_2 = 90$ км/ч. Через какое время τ после отправления легковой машины и на каком расстоянии d от города B машины встретятся в пути, если известно, что грузовая машина прошла путь s=150 км, когда легковая машина пришла в город A?

12. Средняя и мгновенная скорости. Ускорение

- **12.1.** Автомобиль проехал первую половину пути со скоростью $v_1 = 10\,\mathrm{m/c}$, а вторую со скоростью $v_2 = 15\,\mathrm{m/c}$. Какова средняя скорость движения $\langle v \rangle$ на всем пути?
- **12.2.** По условию задачи 10.6 найти среднюю скорость $\langle v \rangle$ частицы за 40 с и за 30 с движения.
- **12.3.** 35 % общего пути тело двигалось со скоростью v_1 , а остальную часть со скоростью v_2 . Какова средняя скорость $\langle v \rangle$ на всем пути?
- **12.4.** Катер, двигаясь вниз по течению, затратил время в n=3 раза меньше, чем на обратный путь. С какими скоростями v_1 ,

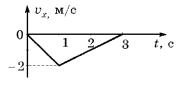


Рис. 12.1

 v_2 относительно берега двигался катер, если его средняя скорость на всем пути $\langle v \rangle = 3$ км/ч?

12.5. Материальная точка движется прямолинейно. За время $\Delta t = 2$ мс она переместилась на $\Delta s = 5$ см, а её скорость изменилась на $\Delta v = 1$ см/с.

Определить средние значения скорости и ускорения точки за указанный интервал времени. Можно ли найденную скорость считать мгновенной, если требуемая точность составляет 0,1 %?

- **12.6.** За время $\Delta t = 3 \cdot 10^{-3} \, \mathrm{c}$ скорость тела изменилась на $\Delta \vec{v} = -6 \cdot \vec{j}$ (мм/с). Найти величину и направление ускорения тела, определив его проекции на оси.
- **12.7.** В начальный момент и спустя время $\tau=2$ с мгновенная скорость тела была равна $v_0=15\,\mathrm{m/c}$ и $v=5\,\mathrm{m/c}$, соответственно. Направление скорости \vec{v} противоположно \vec{v}_0 и оси 0x. Определить модуль и проекцию ускорения тела \vec{a} , считая его постоянным
- **12.8.** На рис. 12.1 дана зависимость проекции скорости частицы от времени $v_x(t)$. Вычислить проекцию и модуль ускорения частицы в интервалах времени: 0 < t < 1 с и 1 < t < 3 с. Записать зависимость $v_x(t)$ в указанных интервалах (с численными коэффициентами).

IV. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ С ПОСТОЯННЫМ УСКОРЕНИЕМ

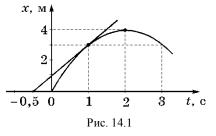
13. Основные соотношения

13.1. С каким ускорением a двигался снаряд в стволе пушки, если длина ствола l=3 м, а время движения $\tau=0.01$ с? Какова скорость v вылетевшего снаряда?

- **13.2.** После удара шайба стала двигаться по льду с начальной скоростью $v_0 = 15 \,\mathrm{m/c}$ и ускорением $a = 1,5 \,\mathrm{m/c}^2$. Через время $t_1 = 3,3 \,\mathrm{c}$ она ударилась о борт. Какой путь s прошла шайба, и с какой скоростью v она ударилась о борт?
- **13.3.** За время $\tau=10$ с скорость тела равномерно увеличилась от $v_1=10$ м/с до $v_2=25$ м/с. Найти путь s, пройденный телом за указанное время.
- **13.4.** При движении с ускорением $a=1,5~{\rm m/c}^2$ скорость тела за некоторое время уменьшилась от $v_1=25~{\rm m/c}$ до $v_2=10~{\rm m/c}$. Найти путь s, пройденный телом за это время.
- **13.5.** Во сколько раз n скорость пули в середине ствола меньше, чем при ее вылете? Ускорение пули считать постоянным.
- **13.6.** Тело, пущенное вверх по наклонной плоскости со скоростью $v_1 = 6\,\mathrm{m/c}$, соскользнуло с нее в той же точке со скоростью $v_2 = 3\,\mathrm{m/c}$. При движении в одну сторону ускорение постоянно. Найти среднюю скорость в прямом $\langle v_1 \rangle$ и в обратном $\langle v_2 \rangle$ направлениях, а также среднюю скорость $\langle v \rangle$ на всем пути.
- **13.7.** Двигаясь равноускоренно под уклон, поезд прошел участок спуска со средней скоростью $\langle v \rangle = 54$ км/ч, увеличив скорость на $\Delta v = 36$ км/ч. Найти начальную v_0 и конечную v скорости поезда.
- **13.8.** По условию задачи 13.7 найти скорость поезда $v_{\rm c}$ на середине участка спуска.

14. Графики кинематических величин

14.1. Ha рис. 14.1 дана зависимость координаты времени (парабола) для частицы, движущейся вдоль Указана касательная к графику в Рассчитать момент t=1 c. скорость частицы в этот момент. Какова скорость частицы



- момент t = 2 c?
- **14.2.** По графику задачи 12.8 вычислить проекцию перемещения частицы l_x и пройденный ею путь s за указанные 3 с. движения.
- **14.3.** По условию задачи 14.1 построить графики проекций скорости $v_x(t)$, ускорения $a_x(t)$, а также модуля скорости v(t) и пути s(t).
- **14.4.** По графику задачи 12.8 построить графики проекций ускорения $a_x(t)$ и перемещения $l_x(t)$, координаты x(t) ($x_0=1$ м), а также модуля скорости v(t) и пути s(t).
- **14.5.** Первые две секунды материальная точка двигалась вдоль оси 0x с ускорением $a_x = -2 \, \text{m/c}^2$, а затем с ускорением $a_x = 4 \, \text{m/c}^2$. Начальная скорость точки $v_{0x} = 2 \, \text{m/c}$, начальная координата $x_0 = 0.5 \, \text{m}$. Построить графики функций: $a_x(t)$, $v_x(t)$, $l_x(t)$, x(t), v(t), s(t).
- **14.6.** Тело начинает двигаться равноускоренно. Найти путь, пройденный телом за 5-ю секунду движения, если за 2-ю секунду оно прошло 3 м (воспользоваться графиком скорости).
- **14.7.** Тело начинает двигаться равноускоренно, а через время t_0 продолжает движение с тем же по модулю, но противоположным ускорением. Через какое время τ от начала движения оно вернется в исходную точку (воспользоваться графиком проекции скорости)?
- **14.8.** Точка движется по закону $x = 2 12t + 2t^2$ (x в метрах, t в секундах). Построить графики функций x(t), $v_x(t)$, $a_x(t)$.

15. Применение уравнений движения

15.1. Машина движется со скоростью v_0 к железнодорожному переезду. На расстоянии l от него водитель стал сбавлять скорость с ускорением a. Выбрав удобную систему отсчета (например, начало системы координат на переезде с направлением оси 0x к машине и $t_0=0$ в момент начала торможения), описать движение машины (найти x (t) и v_x (t)).

- **15.2.** Автомобиль, двигаясь равноускоренно, через время $\Delta t = 10$ с после начала движения достиг скорости v = 54 км/ч. Вычислив ускорение и выбрав удобную систему отсчета, записать закон движения автомобиля x(t) (в числах). Найти положение автомобиля $x_{\rm K}$ в конечный момент времени Δt .
- **15.3.** Тело движется вдоль оси 0x с ускорением $a_x = 50 \,\mathrm{cm/c}^2$. Начальная скорость $v_{0x} = -5.0 \,\mathrm{m/c}$, начальная координата $x_0 = 2.0 \,\mathrm{m}$. Определить время движения тела до остановки t_1 и координату в момент остановки x_1 .
- **15.4.** Частица движется ускоренно в направлении оси 0x, приближаясь к точке x=0 с ускорением a. В некоторый момент t_0 её скорость была равна v_0 , а расстояние до указанной точки -d. Написать закон движения частицы x (t).
- **15.5.** По условию задачи 15.1 $a=1,0\,\,\mathrm{m/c^2},\,\,v_0=72\,\mathrm{кm/ч},\,$ а время замедленного движения до переезда $\tau=10\,\,\mathrm{c}.$ Используя уравнения движения, найти l и скорость машины на переезде v .
- **15.6.** По условию задачи 15.4 задана скорость v_0 в момент $t_0 = 0$. Через сколько времени τ частица окажется в точке x = 0?
- **15.7.** Шарик, пущенный вверх по наклонной плоскости, побывал на расстоянии b=60 см от начальной точки через $t_1=2$ с и через $t_2=3$ с после начала движения. Найти начальную скорость v_0 и ускорение a шарика.
- **15.8.** Пассажир, стоявший у начала третьего вагона поезда, определил, что начавший двигаться вагон прошел мимо него за время $t_1 = 10$ с, а остальные вагоны за $t_2 = 30$ с. Определить число вагонов n поезда, считая его движение равноускоренным. За какое время t_n прошел мимо пассажира последний вагон?

16. Свободное движение тел по вертикали

- **16.1.** Тело брошено с поверхности Земли вертикально вверх. Показать, что:
- 1) начальная скорость тела v_0 равна конечной скорости его падения на землю;
 - 2) время подъема τ_1 равно времени снижения τ_2 .
- **16.2.** Тело, брошенное вертикально вверх, упало на Землю через время $\tau=6$ с. Каковы начальная скорость v_0 и максимальная высота подъема тела H?
- **16.3.** Какую начальную скорость v_0 нужно сообщить камню, чтобы при его вертикальном падении с моста высотой H=20 м он достиг воды через $t_0=1$ с?
- **16.4.** Тело падает с некоторой высоты без начальной скорости. Последние h=196 м оно прошло за время $\Delta t=4,0$ с. Определить время падения тела τ .
- **16.5.** Свободно падающее без начальной скорости тело в последнюю секунду ($\Delta t=1$ с) проходит n=2/3 всего пути. С какой высоты H падало тело (вычислить сначала $x=\sqrt{H}$)?
- **16.6.** Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 30\,\mathrm{m/c}$. Через какое время t_n и на какой высоте h_n скорость тела будет в n=3 раза меньше начальной?
- **16.7.** На высоте h вертикально вверх бросили тело с начальной скоростью v_0 . На какую максимальную высоту H относительно Земли поднимется тело?
- **16.8.** На высоте H вертикально вверх бросили тело с начальной скоростью v_0 . Найти скорость тела v в момент его падения на землю.
- **16.9.** Тело падает без начальной скорости с высоты H. За первые $t_1 = 2.0\,\mathrm{c}$ и за последний интервал времени $t_1/2$ тело проходит одинаковый путь. Определить время падения τ , начальную высоту H, и скорость тела в момент падения v.

17. Движение двух тел

- **17.1.** Из некоторого пункта в одном направлении начали одновременно двигаться два тела: одно равномерно со скоростью $v_0=10~\mathrm{m/c}$, другое с постоянным ускорением $a=10~\mathrm{m/c}^2$ без начальной скорости. Через какое время τ , на каком расстоянии b от начального пункта и с какой скоростью v второе тело догонит первое?
- **17.2.** Два тела начинают падать одновременно. Одно тело падает без начальной скорости с высоты $h=20\,\mathrm{m}$, другое с высоты $H=80\,\mathrm{m}$. Какой должна быть начальная скорость v_0 второго тела, чтобы оно упало одновременно с первым?
- **17.3.** Первое тело падает с высоты H = 80 м. Спустя $\tau = 2$ с с меньшей высоты h начинает падать второе тело. Какова эта высота, если тела упали на Землю одновременно? Начальные скорости тел равны нулю.
- **17.4.** На высоте H отпускают без начальной скорости тело и одновременно с поверхности Земли бросают ему навстречу другое тело со скоростью v_0 . Через какое время t_1 расстояние между телами станет равным H/5?
- **17.5.** Первое тело бросили вертикально вверх со скоростью $v_0=20\,\mathrm{m/c}$. Когда оно достигло максимальной высоты, вслед за ним бросили второе тело с той же скоростью v_0 . На какой высоте h столкнулись тела?
- **17.6.** Два тела находились вначале на одной вертикали на расстоянии $h=20\,$ м друг от друга. В момент, когда верхнее тело отпустили без начальной скорости, нижнему сообщили скорость $v_0=5,0\,$ м/с, направленную вертикально вверх. Определить время движения тел до столкновения $t_{\rm c}$ и координату места столкновения $y_{\rm c}$.
- **17.7.** С поверхности земли начинает подниматься равноускоренно ракета, которая за время $t_1 = 10\,\mathrm{c}$ достигает высоты $H = 200\,\mathrm{m}$. Через $t_2 = 5,0\,\mathrm{c}$ после старта из неё выпал предмет. Каким будет расстояние между ракетой и предметом в момент падения последнего на землю?

- **17.8.** Через время $t_0 = 3.0$ с после начала движения первого тела из того же пункта стало двигаться в том же направлении второе тело с постоянной скоростью $v = 4.0 \,\mathrm{m/c}$. Найти минимальное расстояние b между движущимися телами, если первое тело двигалось с ускорением $a = 1.0 \,\mathrm{m/c}^2$ без начальной скорости.
- **17.9.** На высоте H вертикально вверх кинули тело с начальной скоростью v_0 . Через время $\tau = 3v_0/2g$ с той же высоты без начальной скорости стало падать другое тело. Найти время и место встречи тел.

V. КРИВОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ С ПОСТОЯННЫМ УСКОРЕНИЕМ

18. Сложение движений. Траектория

- **18.1.** Сидя в кузове машины, движущейся со скоростью $v_1=6\,$ м/с, мальчик подбрасывает вверх мяч со скоростью $v_2=8\,$ м/с относительно машины и ловит его. Описать движение мяча в системе отсчета, связанной с землей. Изобразить (качественно) траекторию мяча в этой системе. Определить величину и направление его начальной скорости \vec{v}_0 .
- **18.2.** Буксир тянет баржу против течения со скоростью $v_{0x}=3$ м/с. Из-за обрыва троса баржа начала двигаться с ускорением $a_x=-1\,\text{м/c}^2$. В этот же момент человек на барже побежал к её борту со скоростью $v_{0y}=4\,\text{м/c}$. Выбрав удобную систему отсчета, связанную с землей, записать выражения для определения положения человека x(t), y(t) (в числах) в произвольный момент времени t. Задать его положение также радиусом вектором $\vec{r}(t)=x\cdot\vec{i}+y\cdot\vec{j}$.
- **18.3.** В вагоне, движущемся горизонтально со скоростью v_0 , с полки высотой H упал предмет. Найти уравнение траектории, по которой двигался предмет относительно земли.
- **18.4.** Вылетев из пускового устройства, ракета движется вдоль поверхности Земли и одновременно поднимается вертикально

- вверх. Эти движения описываются уравнениями: $x(t) = 3t + 5t^2$; $y(t) = 6t + 10t^2$. Записать уравнение траектории ракеты y(x).
- **18.5.** По условию задачи 18.4 получить уравнение траектории x(y), если движение по вертикали описывается уравнением: y(t) = 6t. Изобразить начальную скорость ракеты и её траекторию (качественно, т.е. без чисел на осях).
- **18.6**. Закон движения материальной точки задан уравнениями: x(t) = 2t; $y(t) = 5 4t^2$; z(t) = 0 (координаты в метрах, время в секундах). Найти уравнение траектории y(x), а также начальную скорость v_0 и ускорение a точки.
- **18.7.** Частица движется в плоскости x0y. Её координаты зависят от времени t по закону $x = 2\sin\omega t$, $y = 2\cos\omega t$ (ωt некоторый угол, x и y в сантиметрах). Написать уравнение траектории частицы.
- **18.8.** Скорость течения воды в реке равномерно нарастает от нуля у берега до $u=10\,$ м/с посередине реки. Переплывая реку, рыбак в лодке выдерживает курс перпендикулярно к берегу, удаляясь от него со скоростью $v=1\,$ м/с. Ширина реки $d=100\,$ м, течение полностью увлекает лодку. Определив ускорение лодки, записать закон ее движения и вычислить расстояние l, на которое ее снесет, когда рыбак окажется посередине реки.

19. Движение тела, брошенного горизонтально

- **19.1.** Тело брошено горизонтально в направлении оси 0x из точки с координатами (0, H). Начальная скорость тела v_0 . Найти:
 - 1) уравнения движения тела x(t), y(t), $v_x(t)$, $v_y(t)$;
 - 2) уравнение траектории тела y(x), изобразить её;
 - 3) зависимость модуля скорости тела от времени v(t);
- 4) зависимость от времени tg α , где α угол между скоростью тела и горизонтом.
- **19.2.** Тело брошено в горизонтальном направлении со скоростью $v_0 = 10\,\mathrm{m/c}$. Дальность его полета (горизонтальная) оказалась равной начальной высоте H. Определить эту высоту.

- **19.3.** Пуля с горизонтальной скоростью v_0 пробивает первый лист бумаги, а затем второй, расположенный на расстоянии a=30 м от первого. При этом пробоина на втором листе оказалась на h=2 мм ниже, чем на первом. Определить v_0 .
- **19.4.** Самолет летит горизонтально на высоте $H=180~\mathrm{m}$ со скоростью $v_0=50~\mathrm{m/c}$. Под каким углом к горизонту летчик должен видеть цель в момент сбрасывания бомбы, чтобы попасть в эту цель?
- **19.5.** Камень брошен горизонтально. Через $\tau=5$ с после броска угол между скоростью и ускорением стал равным $\beta=45^\circ$. Какова скорость тела v в этот момент и скорость v_0 в начальный момент? Через какое время после броска скорость тела будет в 1,5 раза больше его начальной скорости?
- **19.6.** Из пушки, установленной на холме с уклоном $\alpha=15^\circ$, вылетает горизонтально снаряд со скоростью $v_0=200$ м/с. На каком расстоянии l от пушки вдоль ската холма упадет снаряд?
- **19.7.** Тело, брошенное горизонтально с высоты h=80 м, упало на землю, пролетев в горизонтальном направлении b=100 м. Каково перемещение тела l за время, в течение которого скорость увеличивается в n=2 раза? Какой угол α составляет это перемещение с горизонтом?

20. Движение тела, брошенного под углом к горизонту

- **20.1.** Тело бросили со скоростью v_0 под углом α к горизонту. Выбрав удобную систему отсчета, записать уравнения движения тела x(t), y(t). Получить уравнение траектории и найти из него горизонтальную дальность полета тела L.
- **20.2.** Тело бросили со скоростью v_0 под углом α к горизонту. Используя уравнения движения, определить время его полета τ , дальность полета L и максимальную высоту подъема H. Убедиться, что время подъема тела равно времени его спуска.

- **20.3.** Два тела брошены с одинаковой начальной скоростью под углами α и 90° α к горизонту. Определить отношения наибольших высот подъема и дальностей полета этих тел.
- **20.4.** Под каким углом к горизонту нужно бросить с земли тело, чтобы его дальность полета оказалась в два раза больше максимальной высоты подъема?
- **20.5.** Камень, брошенный под углом к горизонту, упал на землю через $\tau = 4.0$ с. Чему равна его максимальная высота подъема?
- **20.6.** Из пушки, установленной у основания холма с уклоном $\beta=15^\circ$, вылетает снаряд со скоростью $v_0=600\,\mathrm{m/c}$ под углом $\alpha=20^\circ$ к горизонту. На каком расстоянии L от пушки вдоль ската холма упадет снаряд?
- **20.7.** С вышки бросают вверх под углом $\alpha = 45^{\circ}$ камень с начальной скоростью $v_0 = 9.8$ м/с. Высота вышки H = 9.8 м. На каком расстоянии b от основания вышки он упадет на горизонтальную поверхность земли?
- **20.8.** На стальную плиту, образующую угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом, падает шарик с высоты H = 80 см и испытывает абсолютно упругий удар. Определить расстояние s от места первого до места второго удара шарика о плиту.

21. Движение тела, брошенного под углом к горизонту (скорость, ускорение)

- **21.1.** Написать зависимость от времени модуля скорости v(t) тела, брошенного под углом α к горизонту со скоростью v_0 . Как меняется со временем тангенс угла $\beta(t)$ между скоростью и горизонтальной поверхностью?
- **21.2.** За время всего полета тела, брошенного под углом α к горизонту, абсолютная величина приращения его скорости составила $|\Delta \vec{v}| = 50\,\text{м/c}$. Сколько времени Δt тело находилось в полете? Изобразить соотношение: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \Delta \vec{v}$, указав угол α (\vec{v}_0 и \vec{v} начальная и конечная скорости).

- **21.3.** Тело брошено со скоростью $v_0 = 20\,\mathrm{m/c}$ под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Через сколько времени t_1 оно будет двигаться под углом $\alpha_1 = 45^\circ$ к горизонту? Через сколько времени t_2 оно будет двигаться под углом $\alpha_2 = -45^\circ$ к горизонту?
- **21.4.** Тело брошено от поверхности Земли под углом $\alpha = 75^{\circ}$ к горизонту. Какую часть η времени всего полета оно движется со скоростью, не превышающей половину начальной?
- **21.5.** Начальная скорость камня, брошенного под углом к горизонту, $v_0 = 10$ м/с, а спустя время $t_1 = 0.50$ с скорость составила $v_1 = 7.0$ м/с. На какую максимальную высоту поднимется камень?
- **21.6.** Как изменяется скорость частицы по модулю (увеличивается, уменьшается), а также изменяется ли её направление, если в данный момент между векторами скорости и ускорения угол равен:
 - 1) 180°; 2) 45°; 3) 90°; 4) 120°?
- **21.7.** В некоторый момент скорость и ускорение свободно падающего тела направлены под углом $\alpha=60^\circ$ друг к другу. Определить абсолютную величину нормальной и тангенциальной составляющих ускорения тела.
- **21.8.** Тело брошено вверх под углом $\alpha = 37^\circ$ к горизонту. Определить нормальное и тангенциальное ускорения тела:
 - а) в начальный момент; б) в верхней точке траектории.
- **21.9.** Тело брошено с начальной скоростью $v_0 = 20\,\mathrm{m/c}$ под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Найти время полета от начальной точки до ближайшей точки, в которой тангенциальное ускорение $a_\tau = 6.0\,\mathrm{m/c}^2$.

VI. ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ. ЛВИЖЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ ПО ОКРУЖНОСТИ

22. Равномерное вращение тел

22.1. За какое время τ колесо, имеющее угловую скорость $\omega = 10$ рад/с, сделает N = 100 оборотов? Чему равен период вращения T колеса?

- **22.2.** Найти угловую скорость ω и частоту вращения n барабана лебедки диаметром D=16 см при подъеме груза со скоростью v=40 см/с.
- **22.3.** Вычислить угловые скорости вращения минутной $\omega_{_{M}}$ и часовой $\omega_{_{U}}$ стрелок часов.
- **22.4.** Конец минутной стрелки часов на Спасской башне Кремля за $\tau = 60$ с прошел путь s = 37 см. Какова длина l стрелки?
- **22.5.** Стержень длиной l = 50 см вращается с частотой n = 30 об/мин вокруг проходящей через стержень и перпендикулярной к нему оси. При этом один его конец движется со скоростью $v_1 = 57$ см/с. Какова скорость v_2 другого его конца?
- **22.6.** Используя закон движения $\phi(t)$ минутной и часовой стрелок, определить интервал времени τ , через который они встречаются. На какой угол $\Delta \phi$ за это время поворачивается часовая стрелка?
- **22.7.** Диск равномерно вращается относительно своей оси. Линейная скорость точек края диска $v_1 = 3.0\,\mathrm{m/c}$, а расположенных на $a = 10\,\mathrm{cm}$ ближе к оси $v_2 = 2.0\,\mathrm{m/c}$. Каковы радиус R и частота вращения n диска?
- **22.8.** Обруч радиусом R катится по дороге со скоростью v_0 . Определить угловую скорость ω вращения обруча и линейную скорость v', с которой точки обруча движутся вокруг его оси. Найти скорость v относительно земли той точки обруча, которая в данный момент находится на высоте R от дороги.

23. Равномерное движение материальной точки по окружности

- **23.1.** Велосипедист движется по окружности радиусом R = 50 м и проходит её за время $\tau = 30$ с. Каковы линейная v и угловая ω скорости велосипедиста?
- **23.2.** Спица длиной $l = 500 \,\mathrm{mm}$ вращается вокруг перпендикулярной к ней оси, проходящей через её конечную

- точку. За некоторое время другая её конечная точка прошла путь s = 500 м. На какой угол ϕ повернулась спица?
- **23.3.** Частица движется по окружности с постоянной по модулю скоростью $v=57,3\,\mathrm{M/c}$. При этом вектор ее скорости за время $\Delta t=10\,\mathrm{Mc}$ поворачивается на угол $\Delta \phi=1,0^\circ$. Изобразив в виде треугольника соотношение $\vec{v}_\mathrm{K}=\vec{v}_\mathrm{H}+\Delta\vec{v}$ ($v_\mathrm{K}=v_\mathrm{H}=v$), найти из него модуль вектора $\Delta\vec{v}$, угол между \vec{v}_H и $\Delta\vec{v}$, а затем определить модуль и направление среднего за Δt ускорения $\vec{a}=\Delta\vec{v}/\Delta t$ частицы.
- **23.4.** По краю платформы радиусом R=2,0 м идет человек со скоростью $v'=1,0\,\mathrm{m/c}$ относительно платформы. Платформа вращается вокруг центра с угловой скоростью $\omega=0,50$ рад/с. Найти ускорение человека a относительно земли при его движении в направлении и против направления вращения платформы.
- **23.5.** Искусственный спутник движется вокруг Земли по круговой орбите на высоте H, равной радиусу планеты R=6400 км, совершая один оборот за время $\tau=4$ ч. Определить скорость v и ускорение a спутника.
- **23.6.** Две точки движутся равномерно по окружности в противоположных направлениях. Периоды их движения T_1 и T_2 . Найти время между двумя последовательными встречами точек.
- **23.7.** Радиус рабочего колеса гидротурбины в 8 раз больше, а частота вращения в 40 раз меньше, чем у паровой. Найти отношения ускорений и линейных скоростей точек обода колес (введите свои обозначения известных и неизвестных величин).
- **23.8.** Во сколько раз должна бы увеличиться угловая скорость вращения Земли, чтобы тела, лежащие на экваторе, имели ускорение 9,8 м/с 2 ? Радиус Земли равен 6400 км, длительность суток 24 ч.

24. Движение по окружности с постоянным тангенциальным ускорением

24.1. Велосипедист начинает двигаться по окружности с постоянным тангенциальным ускорением $a_{\tau} = 2 \text{ м/c}^2$. Какой путь s он пройдет и до какой скорости v разгонится за время $t_I = 5$ с?

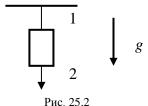
- **24.2.** Пройдя финишную черту со скоростью $v_0=14\,$ м/с, велосипедист стал двигаться равнозамедленно и проехал путь $s=50\,$ м до полной остановки. Определить нормальное a_n , тангенциальное a_{τ} и полное a ускорения велосипедиста в начале торможения. Радиус трека $R=50\,$ м.
- **24.3.** По условию задачи 24.2 найти среднюю скорость (υ) и время движения т велосипедиста в процессе торможения.
- **24.4.** Частица движется по окружности и в некоторый момент имеет скорость $v=10\,\mathrm{m/c}$ и ускорение $a=20\,\mathrm{m/c}^2$, направленное под углом $\alpha=30^\circ$ к скорости. Определить нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения частицы, а также радиус R окружности.
- **24.5.** Материальная точка начинает двигаться $(v_0 = 0)$ по окружности радиусом R = 36 см с постоянным тангенциальным ускорением $a_{\tau} = 1,0 \, \text{м/c}^2$. Через какой промежуток времени t_0 нормальное ускорение станет равным тангенциальному? Какой путь s пройдет точка за это время?
- **24.6.** Скорость тела, движущегося равнозамедленно по окружности радиусом R=4 м, через $\tau=2$ с уменьшилась вдвое и стала равной v=2 м/с. Каков угол α между скоростью \vec{v} и ускорением \vec{a} тела в этот момент?
- **24.7.** Локомотив, двигавшийся со скоростью $v_0 = 36$ км/ч, выехал на закругленный участок пути радиусом R = 200 м и, равномерно сбавляя скорость, проехал до остановки путь s = 100 м. Определить ускорение локомотива \vec{a} посередине участка торможения.

VII. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ

25. Инерция тел. Первый закон Ньютона

- **25.1.** В какой системе отсчёта Солнце движется вокруг Земли? Является ли система отсчета, связанная с Землей, инерциальной?
- **25.2.** На некоторое тело не действуют другие тела (или действия других тел скомпенсированы). Может ли это тело двигаться? Может ли такое тело двигаться по криволинейной траектории?

- 25.3. Шарик подвешен на нити к подвижному телу. Будет ли нить вертикальной, когда тело перемещают:
 - а) горизонтально с постоянной скоростью;
 - б) ускоренно вертикально вверх;
 - в) замедленно в горизонтальном направлении;
- г) со скоростью $\vec{v} = \text{const}$ под углом 45° к горизонту? Сопротивлением воздуха пренебречь. В каком из перечисленных случаев систему отсчета, связанную с телом, можно считать инерциальной?
 - 25.4. Самолет летит горизонтально с постоянной скоростью.
- сброшенный груз, самолета, не падает вертикально вниз? Можно ли в этом случае систему отсчета, связанную самолетом, считать инерциальной?



25.5. Рассмотреть два случая: а) покоящуюся доску стали

- перемещать по горизонтальной поверхности (рис. 25.1). Будет ли двигаться расположенный на ней брусок при отсутствии трения?
- б) доска и брусок двигались вместе. Как поведет себя брусок при торможении доски?

Ответы аргументировать.

- 25.6. Можно ли автобус или диск считать телами отсчета инерциальной системы если:
- 1) по горизонтальному полу тормозящего автобуса катится мяч с возрастающей скоростью;
- 2) На диске, вращающемся с постоянной скоростью, лежит предмет?
 - 25.7. Мяч, лежавший на полу вагона, вдруг покатился:
 - а) вперед по направлению движения вагона;
- б) перпендикулярно направлению движения вагона. Как изменилось в указанных случаях движение вагона?
- 25.8. Массивный груз подвешен на нити 1, а снизу к нему прикреплена такая же нить 2 (рис.
- 25.2). Если резко дернуть за нить 2, то оборвется. Почему же оборвалась уже натянутая грузом нить 1?

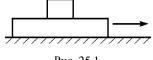


Рис. 25.1

26. Масса, плотность. Сила. Второй закон Ньютона

- **26.1.** Под действием силы $F_1 = 5$ Н первое тело движется с ускорением $a_1 = 2$ м/с 2 , а при действии силы $F_2 = 10$ Н второе тело движется с ускорением $a_2 = 5$ м/с 2 . Какое тело и во сколько раз n инертнее другого?
- **26.2.** Масса сплошного куба $m_0 = 8$ кг. Какую массу m будет иметь куб из того же вещества, длина ребер которого в n = 2 раза меньше?
- **26.3.** Один литр воды (1 дм 3) имеет массу m=1 кг. Вычислить плотность ρ воды в единицах СИ. Какова масса воды в полной бочке диаметром d=65 см и высотой H=95 см?
- **26.4.** Золото можно расплющить до толщины d=0,1 мкм. Поверхность какой площади S можно покрыть листом золота, масса которого m=2 г? Плотность золота $\rho=19,3\cdot 10^3$ кг/м 3 .
- **26.5.** Сплав золота (ρ_3 = 19,3 г/см³) и серебра (ρ_c = 10,5 г/см³) имеет массу m = 400 г и плотность ρ = 14 г/см³. Определить процентное содержание и массу золота в сплаве, считая объем сплава равным сумме объемов его частей.
- **26.6.** На столе лежит книга. С какими телами она взаимодействует главным образом? Почему в задачах обычно не учитываются сила её притяжения к Луне или выталкивающая сила Архимеда в воздухе? На основании второго закона Ньютона найти соотношение между силой тяжести $m \, \vec{g} \,$ и реакцией стола $\vec{N} \,$.
- **26.7.** Висящий на нити шарик отвели в сторону и толкнули так, что он стал двигаться по окружности в горизонтальной плоскости. Модуль его скорости можно считать постоянным. С какими телами взаимодействует шарик? Изобразить действующие на него силы и его ускорение. Записать в векторной форме второй закон Ньютона. Куда направлена равнодействующая всех сил, приложенных к шарику? Почему нить остается не вертикальной?
- **26.8.** Мальчик бросает мяч вертикально вверх. Мяч летит вверх с ускорением a_1 , причем $g < a_1 < 2g$, затем он падает вниз с ускорением $a_2 < g$. Указать силы, действующие на мяч, и сравнить их в процессе: а) броска; б) полета вверх; в) полета вниз.

26.9. С наклонной плоскости соскальзывает груз массы m=4 кг с ускорением a=2 м/с². Указать силы, действующие на груз, и найти величину и направление их равнодействующей.

27. Взаимодействие тел. Третий закон Ньютона

- **27.1.** Будут ли одинаковыми по модулю силы, действующие на муху и на поезд при их столкновении?
- **27.2.** Равны ли по модулю силы взаимодействия лифта и человека, стоящего в нем, если лифт движется с ускорением?
- **27.3.** Можно ли считать применимым третий закон Ньютона, рассматривая взаимодействие Земли и Солнца?
- **27.4.** Каким фундаментальным взаимодействием обусловлена прочность стальной проволоки?
- **27.5.** На книгу, лежащую на столе, действует сила тяжести $m \, \vec{g}$ и реакция стола \vec{N} . На основании какого закона Ньютона делается вывод, что $\vec{N} = -m \, \vec{g}$? Одинакова ли природа этих сил (указать вид фундаментального взаимодействия)?

Рис. 27.1

- **27.6.** Книга лежит на столе. На основании какого закона Ньютона можно сделать вывод, что сила давления книги на стол P и реакция стола N равны по абсолютной величине?
- **27.7.** Падая с большой высоты, тело движется с постоянной скоростью. Рассмотреть силы взаимодействия тела с землей и воздухом и указать соотношения между силами на основании второго и третьего законов Ньютона.
- **27.8.** На рис. 27.1 изображены: сжатая пружина, два бруска массами m и M, горизонтальная поверхность стола. Изобразить отдельно каждое из тел и силы, действующие на них. Указать на основании третьего закона Ньютона соотношения между векторами и модулями сил взаимодействия пружины и брусков.

28. Составление уравнений динамики

- **28.1.** Автомобиль движется по шоссе с постоянной скоростью под действием силы тяги F. Изобразить силы, действующие на него, ввести их буквенные обозначения и записать в векторном виде второй закон Ньютона.
- **28.2.** Брусок массой m движется по инерции вверх по шероховатой наклонной плоскости. Записать в векторном виде второй закон Ньютона для бруска. Чему равна и куда направлена равнодействующая всех сил, приложенных к бруску, если его ускорение равно a?
- **28.3.** На рис 28.1 изображены: призма, движущаяся по гладкой горизонтальной поверхности; сжатая пружина; шероховатый брусок. Изобразить силы, действующие на тела, их ускорения, ввести буквенные обозначения этих величин и записать в векторном виде второй закон Ньютона для каждого из тел в момент времени, соответствующий рисунку. Массу пружины принять равной нулю.
- **28.4.** С какой силой \vec{P} давит человек массой m на пол лифта, движущегося с ускорением \vec{a} ? Задачу решить в векторном виде, применив второй и третий законы Ньютона.
- **28.5.** По гладкой горизонтальной поверхности движется груз массой m=10 кг под действием силы F=50 H, направленной вверх под углом $\alpha=60^\circ$ к поверхности. Записать второй закон Ньютона для груза в векторной форме. Выбрать удобную систему координат и записать второй закон Ньютона в проекциях на выбранные оси. Добавив уравнение третьего закона Ньютона, определить из полученной системы силу давления груза на поверхность P и

ускорение груза a. Вычислить P и a.

28.6. Два бруска массами $m_1 = 200$ г и $m_2 = 300$ г связаны нитью и лежат на гладкой горизонтальной поверхности. Какой будет сила натяжения нити

Рис. 28.1

T, когда на легкий брусок подействуют горизонтальной силой $F=1.5~\mathrm{H}$ вдоль нити?

- **28.7.** По выпуклому мосту радиусом R = 50 м движется машина. Её скорость v = 72 км/ч. Во сколько раз n сила тяжести машины больше силы ее давления на асфальт в верхней точке моста?
- **28.8.** На вершине наклонной плоскости с углом наклона $\alpha=30^\circ$ укреплен легкий блок, через который перекинута нить с грузами на концах. Масса груза на свисающей части нити $m_1=150$ г, масса груза, движущегося по плоскости, $m_2=200$ г. Определить величину ускорения грузов a и силу натяжения нити T. Трением пренебречь.

VIII. СИЛЫ В МЕХАНИКЕ

29. Сила упругости

- **29.1.** Пружину длиной $l_0=10$ см и жесткостью k=100 Н/м растянули, приложив к её концам две одинаковые силы F=10 Н. Определить силу упругости $F_{\rm уп}$ и длину l растянутой пружины.
- **29.2.** На стальном тросе длиной l=5 м подвесили груз массой m=500 кг. При этом трос удлинился на $\Delta l=10$ мм. Вычислить жесткость троса k и его относительное удлинение ϵ .
- **29.3.** Груз массой m подвесили на пружине. Затем точку подвеса пружины опустили так, что груз оказался на столе, а удлинение пружины уменьшилось в n раз. Определить силу давления F груза на стол.
- **29.4.** Во сколько раз n жесткость резинового жгута меньше жесткости этого же жгута, сложенного вдвое?
- **29.5.** Определить жесткость: а) последовательного и б) параллельного соединения двух пружин, жесткости которых k_1 и k_2 .
- **29.6.** Пружина длиной l_0 имеет жесткость k_0 . От неё отрезали кусок длиной l. Какова жесткость k этого куска?
- **29.7.** На гладкой наклонной плоскости лежат пружина и прикрепленный к ней брусок. Брусок покоится, так как второй конец пружины закреплен на плоскости. Определить длину пружины l, если её жесткость k=200 H/м, недеформированная длина $l_0=15$ см, масса бруска m=400 г, а угол наклона плоскости $\alpha=30^\circ$.

29.8. При растяжении пружины один её конец удаляется от другого с ускорением a ($x_0 = 0$, $v_0 = 0$). Построить графики зависимости силы упругости от удлинения пружины x и от времени t. Массой пружины пренебречь.

30. Движение тел с упругими связями

- **30.1.** На пружине жесткостью k=100 Н/м подвесили тело массой m=0,4 кг и отпустили его. В некоторые моменты ускорение тела $\vec{a}=\pm\vec{g}$. Каково удлинение пружины Δl в эти моменты?
- **30.2.** Пружину с недеформированной длиной $l_0=10$ см сжали вдвое, связали нитью и положили между двумя грузами $m_1=1$ кг и $m_2=2$ кг (рис. 30.1). В момент пережигания нити первый груз стал двигаться с ускорением $a_1=6$ м/с². Найти ускорение в этот момент второго груза a_2 и жесткость пружины k. Трением пренебречь.

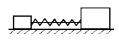


Рис. 30.1

30.3. На гладкую штангу надеты пружина жесткостью k=200 Н/м и связанная с нею муфта массой m=1 кг. Второй конец пружины прикреплен к вертикальной оси (рис.30.2.). Длина недеформированной пружины $l_0=10$ см.

Какова длина пружины, когда штанга вращается в горизонтальной плоскости с угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с?

Рис. 30.2

- **30.4.** Для установки, рассмотренной в задаче 30.3 (см. рис 30.2) задана длина пружины l_1 при скорости муфты v_1 . При другой скорости v_2 длина пружины равна l_2 . Какова длина l_0 недеформированной пружины?
- **30.5.** На пружине жесткостью $k=50\,$ Н/м подвесили тело массой $m=100\,$ г. Затем тело отвели в сторону и толкнули так, что оно стало двигаться по горизонтальной окружности. При этом ось пружины образовала с вертикалью

неизменный угол $\alpha=60^\circ$. Определить скорость тела v. Длина недеформированной пружины $l_0=11$ см.

30.6. Концы пружины шарнирно прикреплены к стене и бруску массой m=0.25 кг, лежащему на горизонтальной поверхности. Растянув пружину вдвое по сравнению с недеформированной длиной $l_0=10$ см, брусок удерживают на поверхности. В этом положении ось пружины образует угол $\alpha=30^\circ$ с горизонтом. Найти ускорение бруска сразу после того, как он будет отпущен. Жесткость пружины k=80 H/м.

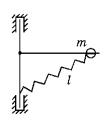


Рис. 30.3

Горизонтальная штанга вращаться вокруг вертикальной оси, которой она жестко скреплена (рис. 30.3). На штанге находится муфта массой m = 500 г, скользящая по штанге без трения. Муфта связана с пружиной, второй конец которой укреплен оси. на нерастянутой пружины $l_0 = 40$ cm, eë жесткость k = 100 H/м. Какова длина пружины l, когда система вращается с угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с?

31. Силы трения

- **31.1.** На горизонтальной поверхности находится тело массой m=2 кг. На тело стали действовать горизонтальной силой F. Найти возникшую силу трения $F_{\rm тp}$, если а) F=1 H; б) F=3 H; в) F=5 H. Коэффициент трения $\mu=0,1$.
- **31.2.** Брусок массой m движется по инерции вдоль горизонтальной поверхности стола с коэффициентом трения μ . С какой силой F брусок действует на поверхность стола?
- **31.3.** Тело массой m=3 кг движется по горизонтальной поверхности с ускорением a=6 м/с 2 под действием силы F, направленной под углом $\alpha=30^{\circ}$ к горизонту а) вверх б) вниз. Определить силу F, если коэффициент трения $\mu=0,2$.
- **31.4.** С каким ускорением соскальзывает тело с наклонной плоскости, образующей угол $\alpha = 60^{\circ}$ с горизонтом, если при угле наклона $\beta = 30^{\circ}$ тело соскальзывает с постоянной скоростью?

- **31.5.** С каким ускорением a_1 соскальзывает тело с наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом, если коэффициент трения равен μ ? Найти также ускорение a_2 при движении тела вверх по наклонной плоскости (тело движется по инерции).
- **31.6.** На доске лежит груз. Коэффициент трения между доской и грузом $\mu=0,2$. С каким минимальным ускорением $a_{\rm m}$ надо двигать доску в горизонтальном направлении, чтобы груз с нее соскользнул?
- **31.7.** На расстоянии l=10 см от оси вращения горизонтального диска положена монета. Коэффициент трения монеты о диск $\mu=0,1$. Построить график зависимости силы трения от угловой скорости ω вращения диска. При какой угловой скорости ω_0 монета начнет скользить?
- **31.8.** На гладкой горизонтальной поверхности лежит доска массой M=1,5 кг, а на ней брусок массой m=3 кг. Коэффициент трения бруска о доску $\mu=0,3$. Какую минимальную горизонтальную силу F_0 нужно приложить к бруску, чтобы он стал скользить относительно доски? Построить графики зависимости ускорений бруска и доски от величины горизонтальной силы F, приложенной к бруску.

32. Сила сопротивления (вязкого трения)

- **32.1.** Шар падает с большой высоты. Учитывая сопротивление воздуха, изобразить (качественно) графики зависимости от времени скорости и ускорения шара.
- **32.2.** Падая с большой высоты, тело массой m=4,0 кг достигло максимальной скорости $v_{\rm m}=50$ м/с. Вычислить силу сопротивления воздуха $F_{\rm c}$ в тот момент, когда тело двигалось со скоростью v=20 м/с. Каково ускорение тела a в этот момент? Сила сопротивления пропорциональна скорости тела.
- **32.3.** На парашют действует сила сопротивления пропорциональная скорости снижения парашютиста. Каким должен быть этот коэффициент пропорциональности k, чтобы обеспечить безопасную скорость приземления $v \le 10$ м/с? Общая масса парашютиста m = 100 кг.

- **32.4.** Автомобиль начал двигаться с ускорением $a_1 = 2 \text{ м/c}^2$. При скорости v = 7 км/ч ускорение стало равным $a_2 = 1 \text{ м/c}^2$. До какой максимальной скорости $v_{\rm m}$ разгонится автомобиль? Силу тяги считать постоянной, а силу сопротивления пропорциональной скорости.
- **32.5.** В атмосферу Земли влетел с большой скоростью метеорит. В некоторый момент на него действует сила трения F_1 . Какая сила F_2 действовала бы на подобный метеорит, размеры и скорость которого в n раз больше? Сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости и площади поперечного сечения тела.
- **32.6.** Брошенный в воду шарик радиуса R_1 погружается на дно со скоростью v_1 . С какой скоростью v_2 погружается шарик радиуса R_2 из того же материала? Сила сопротивления пропорциональна скорости и квадрату радиуса шарика.
- **32.7.** Тело массой m=100 г брошено под углом к горизонту. Из-за сопротивления воздуха в верхней точке траектории его ускорение a=11 м/с². Чему равна сила сопротивления $F_{\rm c}$ в этой точке? Считать g=9.8 м/с².

33. Силы трения и силы упругости

- **33.1.** Какова начальная скорость v_0 шайбы, если она, двигаясь вверх по ледяной горке с углом наклона $\alpha = 30^\circ$, остановилась через $\tau = 2$ с? Коэффициент трения $\mu = 0,1$.
- **33.2.** Найти удлинение троса при буксировке автомобиля на горизонтальном шоссе, если движение происходит с ускорением $a=0.25\,\mathrm{m/c^2}$. Масса автомобиля $m=2.0\,\mathrm{T}$, жесткость троса $k=100\,\mathrm{kH/m}$, а коэффициент сопротивления $K=0.010\,(K=F_\mathrm{c}/mg,\mathrm{rge}\,F_\mathrm{c}$ полная сила сопротивления движению тела массы m).
- **33.3.** Если на вертикальную пружину положить сверху груз массой m_1 , она сожмется до длины l_1 . Если же подвесить на ней тело массой m_2 , она растянется до длины l_2 . Какова длина пружины l_0 в недеформированном состоянии?
- **33.4.** Нить с грузами на концах перекинута через легкий блок, укрепленный на краю стола и вращающийся без трения. Масса свисающего груза $m_1 = 200$ г, масса груза, лежащего на столе, $m_2 = 800$ г. Если систему отпустить, то грузы проходят расстояние

- s=1 м за время $\tau=2$ с. Определить коэффициент трения груза о стол μ и силу давления на ось блока F во время движения грузов.
- **33.5.** Один конец легкой пружины надет на вертикальную ось, проходящую через центр горизонтального диска, другой прикреплен к бруску массой m=0,4 кг, лежащему на диске. Растягивая пружину, брусок отодвигают на максимальное расстояние l=15 см от центра диска, на котором он ещё удерживается силой трения. Брусок начинает скользить, если диск после этого раскрутить очень медленно до угловой скорости $\omega_0=6$ рад/с. Определить коэффициент трения μ и жесткость пружины k. Длина недеформированной пружины $l_0=10$ см.
- **33.6.** Капли дождя радиуса R_1 падают со скоростью $v_1 = 3$ м/с. С какой скоростью v_2 падают капли, радиус которых $R_2 = 2R_1$? Силу сопротивления считать пропорциональной скорости капель и площади их поперечного сечения (т.е. квадрату радиуса).
- **33.7.** После удара два бруска массами m и 2m движутся по горизонтальной поверхности вдоль оси соединяющей их легкой пружины. В некоторый момент легкий брусок движется вслед за тяжелым и имеет ускорение $a_1 = 2 \text{ m/c}^2$, направленное в сторону его движения. Каково ускорение a_2 тяжелого бруска в этот момент? Коэффициент трения $\mu = 0,2$.
- **33.8.** Определить минимальную скорость $v_{\rm m}$, с которой должен двигаться мотоциклист по вертикальной цилиндрической стене, чтобы не соскользнуть с неё. Диаметр цилиндра D=16 м, коэффициент трения $\mu=0.8$.

34. Закон всемирного тяготения

- **34.1.** Найти экспериментальное значение гравитационной постоянной, если в опыте установлено, что шары массами $m_1=10$ кг и $m_2=5,0$ кг притягиваются друг к другу с силой F=0,17 мкН? Расстояние между центрами шаров r=14 см.
- **34.2.** Найти силу притяжения между Землей и Луной. Масса Земли $M_3 = 5.98 \cdot 10^{24}$ кг, масса Луны $M_{\rm J} = 7.36 \cdot 10^{22}$ кг. Среднее расстояние между их центрами $r = 3.8 \cdot 10^5$ км.

- **34.3.** Каково отношение средних значений сил притяжения Луны к Земле и к Солнцу? Масса Солнца $M_C = 1,99 \cdot 10^{30}$ кг, расстояние от Земли до Солнца $r = 1,5 \cdot 10^8$ км.
- **34.4.** Вычислить отношение средней плотности Солнца к средней плотности Земли. Радиус Солнца $R_{\rm C} = 6,95\cdot 10^5$ км, радиус Земли $R_3 = 6,37\cdot 10^3$ км.
- **34.5.** На какой высоте h тело притягивается к Земле в n=4 раза слабее, чем на её поверхности?
- **34.6.** На каком расстоянии l от центра Земли вдоль прямой, соединяющей её с Луной, силы притяжения космического корабля к Земле и Луне будут одинаковы?
- **34.7.** Изучая приливы и отливы морской воды, нужно знать силу притяжения 1 м^3 воды к Луне. Во сколько раз n эта сила меньше, чем сила притяжения 1 м^3 воды к Земле?
- **34.8.** Оценить, во сколько раз n сила притяжения воды, содержащейся в Черном море, к Земле больше, чем сила её притяжения к Солнцу? Насколько правильно при расчете считать Черное море материальной точкой?

35. Ускорение свободного падения

- **35.1.** Пренебрегая вращением Земли, вычислить ускорение свободного падения тел вблизи её поверхности g_0 . Гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{м}^3/\text{кr} \cdot \text{c}^2$, параметры Земли приведены в условиях задач предыдущего занятия.
- **35.2.** Определить ускорение свободного падения g на высоте h. Функцию g(h) выразить через радиус Земли R и ускорение вблизи её поверхности g_0 . Вычислить g при h=R (принять $g_0=9,8$ м/с², R=6400 км).
- **35.3.** Средняя плотность Венеры $\rho = 5,2$ г/см³, а ее радиус R = 6100 км. Найти ускорение свободного падения g на поверхности Венеры, пренебрегая её вращением.
- **35.4.** На каком расстоянии r от центра Земли тело за $\tau=1$ с своего падения ($v_0=0$) приблизится к ней на s=0,55 м?
- **35.5.** Радиус Солнца примерно в n=110 раз больше радиуса Земли, а средняя плотность Солнца примерно в k=4 раза меньше плотности Земли. Определить ускорение свободного падения у

поверхности Солнца, считая ускорение у поверхности Земли g_0 известным.

- **35.6.** Во сколько раз n сила тяжести, действующая на космонавта, на Луне меньше, чем на Земле? Масса и радиус Земли соответственно в $k_1 = 81$ и $k_2 = 3,6$ раз больше, чем у Луны. Считать силу тяжести равной силе гравитации (тяготения).
- **35.7.** Вследствие вращения Земли сила тяжести mg немного отличается от силы гравитации F. Найти их разность ΔF для тела массой m=100 кг, лежащего на экваторе (сила тяжести равна реакции опоры). Радиус R и период вращения Земли T известны.
- **35.8.** Считая Землю идеальным шаром, найти разность Δg ускорений свободного падения на её полюсе $g_{\scriptscriptstyle \Pi}$ и на экваторе $g_{\scriptscriptstyle 9}$.

36. Движение искусственных спутников

- **36.1.** Какую горизонтальную скорость v_1 нужно сообщить телу вблизи поверхности Земли, чтобы оно в свободном падении (сопротивлением воздуха пренебречь) смогло облететь вокруг планеты?
- **36.2.** Какую скорость υ и какой период обращения Т будет иметь спутник, движущийся на высоте h=600 км от поверхности Земли? Принять радиус Земли R=6400 км, ускорение свободного падения на ее поверхности $g_0=9.8$ м/с².
- **36.3.** Найти радиус r круговой орбиты спутника Земли, имеющего период обращения T=1 сутки. Считать известными также радиус Земли R и ускорение свободного падения на её поверхности g_0 .
- **36.4.** Вычислить высоту полета h и скорость v стационарного спутника Земли (спутник неподвижен относительно Земли). Известны длительность суток T, радиус Земли R и ускорение g_0 . Можно ли такой спутник "повесить" над Москвой?
- **36.5.** Найти период обращения Луны вокруг Земли (в земных сутках). Считать, что Луна движется вокруг Земли по круговой орбите радиуса $r = 3.8 \cdot 10^5$ км.
- **36.6.** Во сколько раз n первая космическая скорость для Луны меньше, чем для Земли? Масса и радиус Земли соответственно в $k_1 = 81$ и $k_2 = 3,6$ раз больше, чем у Луны.

- **36.7.** Период обращения искусственного спутника, движущегося по круговой орбите вблизи поверхности планеты, равен T. Определить среднюю плотность планеты ρ .
- **36.8.** Шарообразный астероид имеет диаметр D=10 км и массу $M=2,5\cdot 10^{15}$ кг. До какой скорости v должен разогнаться космонавт перед прыжком, чтобы облететь астероид? Сколько времени T будет длиться этот полет?

37. Вес тела. Невесомость и перегрузка

- **37.1.** В какой стадии полета космического корабля космонавт испытывает состояние невесомости? Рассмотреть три стадии:
- а) взлет; б) движение на орбите с выключенными двигателями; в) падение на Землю в атмосфере.
- **37.2.** На сколько процентов η отличается вес тела на полюсе от его веса на экваторе Земли? Известны длительность суток τ , радиус Земли R и ускорение свободного падения g_0 вблизи полюсов планеты.
- **37.3.** Получить выражение в векторном виде для веса \vec{P} тела массой m, расположенного на опоре, движущейся с ускорением \vec{a} . Направление вектора \vec{a} произвольно.
- **37.4.** Отвес с шариком массой m=100 г укреплен на тележке. Каков вес шарика P, когда тележка движется с горизонтальным ускорением a=7 м/с²?
- **37.5.** Космонавт находится в ракете, стартующей вертикально вверх с ускорением a = 19,6 м/с². Во сколько раз k вес космонавта больше действующей на него силы тяжести (k–кратность перегрузки)?
- **37.6.** Какой кратности k перегрузку испытывает летчик истребителя при посадке на авианосец со скоростью v=360 км/ч при длине посадочной полосы L=150 м?
- **37.7.** Автомобиль движется по выпуклому мосту радиуса R=90 м. При какой скорости v он будет невесомым в самой верхней точке моста?

37.8. Какова средняя плотность планеты, у которой вес тела на экваторе на $\eta=10\%$ меньше, чем на полюсе? Продолжительность суток на планете T=25 ч.

ІХ. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И ЭНЕРГИИ

38. Импульс тела и системы тел (материальных точек)

- **38.1.** Импульс пули $p=6~{\rm H\cdot c},$ её масса $m=10~{\rm r}.$ Чему равна скорость пули?
- **38.2.** Шарик массой m брошен со скоростью v_0 вертикально вверх. Пренебрегая сопротивлением воздуха, написать зависимость от времени для импульса \vec{p} шарика и для его проекции p_y на вертикально вверх направленную ось θy . Каково приращение $\Delta \vec{p}$ импульса за время подъема на максимальную высоту?
- **38.3.** Скорость тела массой m=0,5 кг при прямолинейном движении уменьшилась от $v_1=7$ м/с до $v_2=3$ м/с. Найти модуль и направление приращения импульса $\Delta \vec{p}$ этого тела.
- **38.4.** Тело массой m=50 кг движется равномерно по окружности со скоростью v=10 м/с. Определить модуль приращения импульса тела $\Delta \vec{p}$ при прохождении им:
 - а) четверти окружности; б) половины окружности.
- **38.5.** Шарик массой m=50 г ударяется о горизонтальную плиту. Его скорости до и после удара одинаковы по модулю (v=10 м/с) и направлены под углами $\alpha=60^\circ$ к поверхности плиты. Вычислить приращение импульса шарика $|\Delta \vec{p}|$ в процессе удара.
- **38.6.** Два тела массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$ кг движутся во взаимно перпендикулярных направлениях со скоростями $v_1 = 2$ м/с и $v_2 = 1$ м/с соответственно. Определить проекции импульса системы этих тел p_x , p_y на оси координат, совпадающие по направлению с векторами скоростей. Вычислить модуль импульса этой системы и его направление (угол между \vec{p} и \vec{v}_1).
- **38.7.** Три велосипедиста, каждый с общей массой m=100 кг, движутся по окружности с одинаковой скоростью v=10 м/с.

Угловое расстояние между ними $\alpha = 45^{\circ}$. Найти модуль импульса данной системы тел.

38.8. Рассматривая тонкий обруч как систему малых его частей (материальных точек), определить его импульс: 1) когда он вращается вокруг своей неподвижной оси, и все его точки движутся со скоростью v_0 , 2) когда он катится по дороге со скоростью v_0 . Масса обруча М.

39. Связь приращения импульса тела с импульсом сил.

- **39.1**. Мяч массой m=200 г бросили вертикально вверх с начальной скоростью $v_0=10$ м/с. С какой средней силой $\langle F \rangle$ действовали на мяч во время броска, длящегося $\tau=0,2$ с?
- **39.2.** На тело массой m = 1 кг, движущееся со $v_1 = 3$ м/с, стала действовать постоянная сила \vec{F} . Через $\tau = 2$ с тело 4 двигалось скоростью M/cВ направлении, co v_2 первоначальному. перпендикулярном Написать уравнение, связывающее начальный \vec{p}_1 , конечный \vec{p}_2 импульсы импульс силы $\vec{F} \cdot \tau$. Отразить на рисунке связь этих векторов. Найти из рисунка величину и направление силы.
- **39.3.** При движении тела, брошенного под углом к горизонту, модуль приращенения его импульса $\left|\Delta\vec{p}\right|=3$ H·c. Найти массу тела, если время полета $\tau=3$ с.
- **39.4.** Перед ударом о борт шайба массой m=200 г скользила по льду со скоростью v=10 м/с. После удара она стала двигаться в обратном направлении с той же скоростью. Нарисовать примерный график зависимости от времени силы упругости, действовавшей на шайбу со стороны борта. Рассчитать её среднее значение $\langle F \rangle$ за время удара, длящегося $\tau=5$ мс.
- **39.5.** Брошенный вертикально вверх пластилиновый шарик массой m=100 г перед ударом о потолок имел скорость v=16 м/с. Шарик прилипает к потолку, деформируясь при ударе в течение времени $\tau=0,2$ с. Определить среднюю силу давления шарика на потолок N' во время удара.

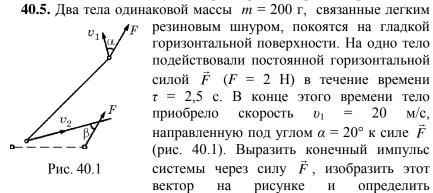
- **39.6.** Шарик массой m=0,10 кг упруго ударяется о горизонтальную плиту, подлетая к ней со скоростью v=15 м/с под углом $\alpha=30^{\circ}$. Найти среднюю силу N давления плиты на шарик во время удара, длящегося $\tau=0,1$ с.
- **39.7.** Оттолкнувшись от горизонтальной площадки, мальчик прыгнул под углом $\alpha=45^{\circ}$ к ней. Средняя сила нормального давления мальчика на площадку N'=700 H, его масса m=50 кг, время отталкивания $\tau=0,5$ с. Перед прыжком мальчик покоился. Какую скорость v_0 приобрёл мальчик, и какая средняя сила трения $F_{\rm тp}$ действовала на него во время отталкивания?
- **39.8.** Спортсмен бросил копье со скоростью $v_0=15$ м/с под углом $\alpha=45^{\circ}$ к горизонту. Под каким углом β к горизонту действовала на копье сила \vec{F} со стороны его руки во время броска, длящегося $\tau=0.5$ с? Силу, действовавшую на копье со стороны спортсмена, считать постоянной.

40. Связь приращения импульса системы тел с импульсом внешних сил

- **40.1.** Два бруска массами $m_1=1$ кг и $m_2=2$ кг соединили легкой пружиной и положили на гладкую горизонтальную поверхность. Затем к легкому бруску привязали нить и потянули ее в направлении оси пружины с постоянной силой F=1 Н. Через $\tau=5$ с легкий брусок двигался со скоростью $v_1=2$ м/с, а тяжелый со скоростью v_2 . Написать уравнение, связывающее начальный \vec{p}_1 , конечный \vec{p}_2 импульсы системы и импульс внешних сил. Записать это уравнение в проекциях на горизонтальную ось и найти v_2 .
- **40.2.** Ящик с песком массой M стоит на горизонтальной поверхности. В песок упал шар массой m со скоростью v, составляющей угол α с вертикалью. Время движения шара в песке τ . Записав основное уравнение (см. задачу 40.1) в проекции на вертикальную ось, найти среднее значение нормальной реакции N, действовавшей на ящик в процессе удара.
- **40.3.** На горизонтальной поверхности лежит доска массой M=1 кг, а на ней брусок массой m=0.5 кг. К бруску приложили горизонтальную силу F=10 Н и через $\tau=1$ с он соскользнул с

доски со скоростью v = 10 м/с относительно поверхности. Какую скорость и имела в этот момент доска? Коэффициент трения между доской и поверхностью $\mu = 0,2$.

40.4. Тележка с человеком массой m = 70 кг катится по рельсам без трения. Человек разбежался и спрыгнул с тележки с горизонтальной скоростью v = 10 м/с под углом $\alpha = 30^{\circ}$ к направлению движения. Время разбега $\tau = 1$ с. Определить изменение импульса $|\Delta \vec{p}|$ системы – человек и тележка за время τ . Вычислить горизонтальной среднее значение силы действовавшей на тележку со стороны рельс в процессе разбега.



резиновым шнуром, покоятся на гладкой горизонтальной поверхности. На одно тело подействовали постоянной горизонтальной силой \vec{F} (F=2 H) в течение времени $\tau = 2.5$ с. В конце этого времени тело приобрело скорость $v_1 =$ направленную под углом $\alpha = 20^{\circ}$ к силе \vec{F} (рис. 40.1). Выразить конечный импульс системы через силу \vec{F} , изобразить этот вектор на рисунке определить И

геометрически величину и направление (угол β) скорости \vec{v} , другого тела в тот же момент.

- **40.6.** На тележку массой M = 40 кг, катившуюся без трения по горизонтальным рельсам со скоростью $u_0 = 5$ м/с, упал с вертикальной скоростью v = 10 м/с груз массой m = 60 кг. Время скольжения груза по тележке (время удара) $\tau = 1,2$ с. Найти скорость u тележки с грузом и среднюю силу трения $F_{\rm rp}$, действовавшую на груз.
- **40.7.** Из игрушечной пушки массой M = 0.7 кг, двигавшейся по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью u = 1 м/c, произведен выстрел шарика массой m = 50 г, после которого пушка остановилась. С какой скоростью v_0 шарик вылетел из ствола, наклоненного под углом $\alpha = 30^{\circ}$ к горизонту? Найти среднюю силу N' давления пушки на поверхность во время выстрела, длившегося $\tau = 0.1$ с.

41. Закон сохранения импульса

- **41.1.** Чтобы сцепить три железнодорожных вагона, стоящих на одном пути на небольшом расстоянии друг от друга, первому сообщают скорость $v_0 = 3$ м/с. Какую скорость v будут иметь вагоны после сцепления?
- **41.2**. На первоначально покоящийся протон (ядро атома водорода) налетает другой протон с начальной скоростью $v_0 = 10$ Мм/с, направленной вдоль линии, соединяющей обе частицы. В результате отталкивания один протон движется ускоренно, а другой замедленно. Каковы скорости протонов в тот момент, когда расстояние между ними стало минимальным?
- **41.3.** Снаряд, вылетевший из пушки со скоростью $v_0 = 400$ м/с под углом $\alpha = 60^{\circ}$ к горизонту, в верхней точке траектории разорвался на два осколка равной массы. Один из осколков упал под местом взрыва ($v_1 = 0$). Определить скорость v_2 второго осколка сразу после взрыва. Сопротивлением воздуха пренебречь.
- **41.4.** Конькобежец, стоявший на льду, бросил вдоль поверхности льда камень массой m=0,5 кг. За время $\tau=2$ с камень прошел до остановки расстояние s=20 м. С какой скоростью u после броска камня стал двигаться конькобежец, если его масса M=60 кг?
- **41.5.** Шайба массой m, скользившая по льду со скоростью v_0 , после удара о покоившуюся шайбу стала двигаться со скоростью v в направлении, перпендикулярном первоначальному. Найти величину и направление скорости $\vec{\mathbf{u}}$ покоившейся шайбы, масса которой равна M.
- **41.6.** Тележка (М = 100 кг) с человеком (m = 70 кг) катится без трения по горизонтальным рельсам со скоростью u_0 = 2 м/с. Человек разбежался и спрыгнул с тележки. Его начальная скорость v_0 направлена под углом α = 30° к горизонту, а горизонтальная составляющая этой скорости под углом β = 45° к рельсам. Тележка стала двигаться со скоростью u = 5 м/с. Определить v_0 .
- **41.7.** По наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом, начинает скользить без трения ящик с песком массой M. В тот момент, когда ящик прошел путь s, в него попало тело массой m, летевшее горизонтально. При этом ящик остановился. С какой скоростью v двигалось тело до удара?

41.8. Покоившееся радиоактивное ядро распадается на три частицы. Импульсы двух частиц равны по модулю $(p_1 = p_2 = p)$ и образуют между собой угол α . Определить импульс p_3 третьей частицы.

42. Механическая работа. Мощность

- **42.1.** Действуя на груз горизонтальной силой $F=100~{\rm H},$ его медленно переместили на расстояние $s=2~{\rm m}$ вверх по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha=60^{\circ}.$ Найти работу силы F.
- **42.2.** Натягивая веревку, привязанную к ящику, грузчик передвинул его с постоянной скоростью на расстояние s=10 м по горизонтальному полу. Масса ящика m=100 кг, сила натяжения веревки T=350 H, угол между веревкой и полом $\alpha=37^{\circ}$. Найти работу каждой из сил, действовавших на ящик. Какую работу A совершил грузчик?
- **42.3.** На тело, движущееся по криволинейной траектории, действовала постоянная сила $\vec{F} = 40\vec{i} + 20\vec{j}$ (H). Полное перемещение тела $\vec{l} = 5\vec{i} 7\vec{j}$ (м). Вычислить работу силы.
- **42.4.** По горке сложного профиля с высоты H=50 м съехал лыжник массой m=70 кг. Какую работу совершила сила тяжести, действовавшая на лыжника?
- **42.5.** Тело массой m=5 кг начинает двигаться по горизонтальной поверхности под действием постоянной горизонтальной силы F=20 Н. Коэффициент трения $\mu=0,2$. Какую работу совершает сила F за время $\tau=5$ с? Определить среднюю мощность $\langle N \rangle$ этой силы за указанный промежуток времени, а также ее мгновенные мощности N_0 и N в начальный и конечный моменты.
- **42.6.** Мяч массой m=0,2 кг, брошенный со скоростью $v_0=10$ м/с под углом $\alpha=30^\circ$ к горизонту, через $\tau=0,4$ с поднялся на максимальную высоту H=1 м. Определить среднюю мощность $\langle N \rangle$ силы тяжести мяча за время подъема, а также ее мгновенные мощности в начале полета N_0 и на максимальной высоте N.
- **42.7.** Какую мощность развивает человек, поднимая в гору со скоростью v = 0.5 м/с сани массой m = 12 кг за веревку, натянутую

- под углом $\beta = 40^{\circ}$ к поверхности склона. Склон образует угол $\alpha = 30^{\circ}$ с горизонтом, коэффициент трения $\mu = 0,1$.
- **42.8.** Сила тяги, созданная двигателями сверхзвукового самолета, F = 220 кН при скорости полета v = 2340 км/ч. Найти мощность двигателей этого самолета в режиме полета.

43. Кинетическая энергия

- **43.1.** Чему равна кинетическая энергия K автомашины массой m = 1.5 т при её скорости v = 100 км/ч?
- **43.2.** Тело массой m=50 кг движется поступательно. Найти скорость v тела, если его кинетическая энергия K=400 Дж?
- **43.3.** Определить массу m тела, если при поступательном движении его кинетическая энергия K = 10 Дж, а импульс $p = 2 \text{ H} \cdot \text{c}$.
- **43.4.** Шарик массой m=100 г, подвешенный на нити длиной l=40 см, движется по окружности в горизонтальной плоскости. Какова его кинетическая энергия, если во время движения нить образует с вертикалью постоянный угол $\alpha=60^{\circ}$?
- **43.5.** Какую работу A надо совершить, чтобы бросить камень массой m со скоростью v?
- **43.6.** Скорость тела, свободно падающего по вертикали, увеличилась от $v_1 = 2$ м/с до $v_2 = 8$ м/с. Найти путь, пройденный телом.
- **43.7.** С наклонной плоскости высотой H соскользнуло тело массой m. Угол наклона α , коэффициент трения μ . Зная ускорение, определить скорость тела v в конце спуска. Сравнить приращение кинетической энергии тела ΔK с работой A всех сил, действовавших на него во время спуска.
- **43.8.** Шарик массой m подвешен к потолку на нити длиной l. Шарику резким ударом сообщили горизонтальную скорость v_0 . Определить работу всех сил, действовавших на шарик, за время движения до удара в потолок и его скорость v перед ударом. Сопротивлением воздуха пренебречь.

44. Потенциальная энергия

- **44.1.** По условию задачи 42.4 найти убыль потенциальной энергии лыжника $\Pi_1 \Pi_2$ и сравнить её с работой силы тяжести, действовавшей на него в процессе спуска.
- **44.2.** Тело массой m пущено вверх по плоскости с углом наклона α . Пройдя расстояние l вдоль линии наибольшего ската, тело остановилось. Найти работу силы тяжести, действовавшей на тело в процессе подъёма 1) по основной формуле: $A = \vec{F} \cdot \vec{l}$; 2) как работу консервативной силы: $A_{\kappa} = \Pi_1 \Pi_2$. Сравнить результаты.
- **44.3.** К концу сжатия пружины на x=3 см сжимающая сила F=20 Н. Найти работу сжатия A, потенциальную энергию сжатой пружины Π и работу пружины $A_{\rm np}$ в процессе её сжатия.
- **44.4.** На гладком полу лежит пружина в контакте со стеной и перпендикулярно ей. На пружину вдоль её оси налетает брусок массой m и сжимает её на максимальную величину $x_{\rm m}$. Определить работу пружины 1) в процессе её сжатия A_1 ; 2) в последующем процессе удлинения до момента, когда её деформация уменьшится вдвое A_2 . Какова скорость бруска v в этот момент, если жесткость пружины k?
- **44.5.** К недеформированной пружине, прикрепленной к потолку, подвешивают груз массой m=2 кг и отпускают его без толчка. Максимальное удлинение пружины $x_{\scriptscriptstyle \rm M}=10$ см. Определить работу силы тяжести $A_{\scriptscriptstyle \rm TЯЖ}$ и силы упругости $A_{\scriptscriptstyle \rm YЯ}$ в процессе растяжения пружины, а также её жесткость k.
- **44.6.** К бруску массой m=3,0 кг, находящемуся на горизонтальной плоскости, прикреплена легкая пружина жесткостью k=20 Н/м. Какую работу A нужно совершить, чтобы лишь сдвинуть с места брусок, растягивая пружину в горизонтальном направлении? Коэффициент трения $\mu=0,25$.
- **44.7.** На вертикальную пружину, стоящую на полу, упал груз массой m с высоты H относительно её верхнего края. Максимальное сжатие пружины Δl . Найти её жесткость k.
- **44.8.** Тело массой m брошено вертикально вверх со скоростью v_0 . Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти зависимости от времени кинетической K(t), потенциальной $\Pi(t)$ и механической

W(t) энергий тела. Построить на одном чертеже графики этих функций.

45. Связь механической энергии с работой неконсервативных сил

- **45.1.** Ракета массой m=1,0 кг стартует вертикально вверх под действием реактивной силы F=20 Н. Найти механическую энергию ракеты W и её скорость v на высоте h=20 м. Сопротивлением воздуха и изменением массы ракеты пренебречь.
- **45.2.** Самолет массой m=500 кг, летит на высоте H=100 м со скоростью $v_o=40\,$ м/с. Летчик выключает мотор, и самолет в планирующем полете достигает земли, касаясь её со скоростью $v=20\,$ м/с. Определить работу силы сопротивления воздуха $A_{\rm c}$, действовавшей на самолет во время спуска.
- **45.3.** Шар массой m, подвешенный на легкой пружине жесткостью k, начинает двигаться по вертикали из начального положения, в котором пружина недеформирована. Совершив несколько колебаний, шар остановился. Рассмотрев систему шар и пружина, указать все силы внешние и внутренние, консервативные и неконсервативные, действовавшие на тела. Какие виды энергии образуют механическую энергию W системы? Найти работу сил сопротивления A_c в процессе колебаний шара.
- **45.4.** Доску вместе с неподвижно лежащим на ней бруском массой m=2 кг переместили по горизонтальной поверхности с постоянным ускорением a=2 м/с 2 на расстояние s=2 м. Определить работы доски над бруском A_1 , бруска над доской A_2 и общую работу сил трения $A_{\rm Tp} = A_1 + A_2$. Являются ли силы трения покоя для системы тел неконсервативными?
- **45.5.** На горизонтальной поверхности лежит доска, а на ней брусок. К бруску приложили силу и сдвинули его с доски, при этом брусок прошёл относительно неё путь s' а доска за счет силы трения о брусок $F_{\rm тp}$ переместилась на расстояние L. Определить работы бруска над доской A_1 , доски над бруском A_2 и общую работу сил трения $A_{\rm тp} = A_1 + A_2$. Сделать вывод о работе сил трения скольжения.

- **45.6.** На гладкой горизонтальной поверхности лежит доска длиной l и массой M, а на её краю небольшой брусок массой m. Какую горизонтальную скорость v_0 нужно сообщить бруску, чтобы он переместился на противоположный край доски? Коэффициент трения между доской и бруском μ .
- **45.7.** Тело, брошенное с высоты H = 5.0 м вертикально вниз со скоростью $v_0 = 20$ м/с, погрузилось в грунт на глубину h = 20 см. Определить работу силы сопротивления грунта, если масса тела m = 2.0 кг.
- **45.8.** Мяч массой m падает без начальной скорости с высоты H и после неупругого удара о горизонтальную поверхность поднимается на максимальную высоту h. Найти работу неконсервативных сил $A_{\rm HK}$ в процессе удара и долю η механической энергии, потерянной мячом при ударе. Сопротивление воздуха мало.

46. Закон сохранения энергии

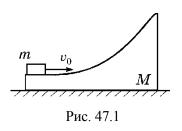
- **46.1.** После удара шайба массой m=0,2 кг стала двигаться по льду со скоростью $v_0=10$ м/с. Какую работу A совершили при ударе? Сколько энергии E израсходовано на нагревание шайбы и льда на пути s=20 м, если коэффициент трения $\mu=0,1$? Найти кинетическую энергию шайбы K в конце этого пути.
- **46.2.** Тело брошено со скоростью v_0 под углом к горизонту. Определить его скорость v на высоте h. Сопротивлением воздуха пренебречь.
- **46.3.** По условию задачи 45.6 брусок (m=0,5 кг) прошел по доске путь s'=1 м. Найти приращения механической ΔW и внутренней ΔU энергий бруска и доски при их трении, если $\mu=0,2$.
- **46.4.** На легкой веревке длиной l = 2,5 м подвешен груз. Какую горизонтальную скорость v нужно сообщить грузу, чтобы он поднялся до высоты, на которой расположена точка подвеса?
- **46.5.** К концам легкой спицы длиной l прикреплены два шарика массами m и 2m. Спица может вращаться без трения в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси, проходящей через ее середину. В начальный момент спица вертикальна, и

тяжелый шарик находится сверху. До какой максимальной скорости v разгонятся шарики, если спицу отпустить?

- **46.6.** По условию задачи 44.5 определить максимальную скорость груза $v_{\rm m}$.
- **46.7.** Легкий стержень с шариком на конце может вращаться без трения в вертикальной плоскости вокруг другого своего конца. Стержень начинает движение без толчка из верхнего положения. Найти зависимость скорости шарика v от угла поворота стержня ϕ . Длина стержня l.
- **46.8.** Мощность гидроэлектростанции N=75 МВт, коэффициент полезного действия станции $\eta=0,75$. Какова высота плотины h, если расход воды $V_0=10^3$ м 3 /с? Плотность воды $\rho=10^3$ кг/м 3 .

47. Применение законов сохранения энергии и импульса

- **47.1.** На покоящуюся шайбу массой M налетает со скоростью v_0 другая шайба массой m < M. Определить скорости легкой v и тяжелой u шайб после центрального упругого удара. Из аналитического ответа найти v и u при m = M.
- **47.2.** При центральном и абсолютно неупругом ударе двух шаров массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг, двигавшимися навстречу друг другу с одинаковыми скоростями v_0 , кинетическая энергия системы

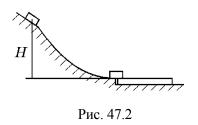


уменьшилась на $\Delta U = 160$ Дж Определить скорость v_0 .

- **47.3.** Бруску массой m=1 кг, лежащему на незакрепленной горке массой M=2 кг, сообщили горизонтальную скорость $v_0=3$ м/с (рис. 47.1). На какую максимальную высоту H он поднимется, скользя по горке, если трение везде отсутствует?
- **47.4.** В деревянный куб массой M=0.5 кг, висящий на длинной нити, попадает с горизонтальной скоростью $v_0=100\,$ м/с пуля массой $m=10\,$ г и застревает в нем. На какую максимальную высоту H, откачнувшись, поднимется куб с пулей? Какая часть η

кинетической энергии пули превратилась во внутреннюю энергию тел?

- **47.5.** Два бруска массами $m_1=1~\rm kr$ и $m_2=2~\rm kr$ связаны нитью, продетой через пружину жесткостью $k=600~\rm H/m$ и расположены на гладкой горизонтальной поверхности. Нить в два раза короче длины $l_0=10~\rm cm$ свободной пружины, зажатой между брусками. Определить максимальные скорости брусков после пережигания нити.
- **47.6.** Шар массой m, движущийся со скоростью $v_0 = 4$ м/с, сталкивается с покоившимся шаром массой M и после упругого удара движется со скоростью v = 3 м/с в направлении, перпендикулярном первоначальному. Найти отношение масс шаров M/m и скорость u покоившегося шара.
- **47.7.** Клин массой M = 1 кг лежит на гладком горизонтальном столе. Одна из граней клина образует наклонную плоскость. На эту



грань с высоты h=50 см падает шарик массой m=10 г и отскакивает под углом $\alpha=30^\circ$ к горизонту. Найти скорость клина u после упругого удара.

47.8. С высоты H = 0,45 м по гладкой поверхности, переходящей в горизонтальный участок (рис. 47.2), соскальзывает тело массой m = 2 кг и попадает на длинную доску массой M = 3 кг, лежащую на

гладком столе. Коэффициент трения тела о доску $\mu = 0,3$. Какой путь s' пройдет тело по доске?

48. Применение основных законов механики

48.1. Шарик массой m вылетает из игрушечной пушки массой M, стоящей на полу. Скорость шарика относительно пушки равна v' и направлена горизонтально. Пренебрегая трением, определить работу A выстреливающего устройства.

- **48.2.** В центр плиты массой M=1 кг, лежащей на подставках, попадает снизу пуля массой m=10 г с вертикальной скоростью $v_0=600$ м/с. Плита подпрыгнула на высоту h=20 см. Через какое время τ после вылета из плиты пуля упадет на неё? Сопротивлением воздуха пренебречь.
- **48.3.** Шарик массой m, подвешенный на нити длиной l, совершает колебания в вертикальной плоскости. Его максимальная скорость $v_{\rm m}$. Определить силу натяжения нити T в самой нижней (T_1) и самой верхней (T_2) точках траектории.
- **48.4.** Какую минимальную горизонтальную скорость v_0 нужно сообщить телу, висящему a) на легкой спице, верхний конец которой закреплен в шарнире; δ) на тонкой нерастяжимой нити, чтобы оно, описав половину окружности, оказалось над точкой подвеса? Длины нити и спицы l.

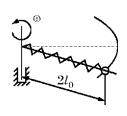


Рис. 48.1

48.5. На легкую гладкую штангу надеты пружина и тяжелая муфта, скрепленная с пружиной. вращаться Система может горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, к которой припаяны штанга и второй конец пружины (рис. 48.1). Какую работу A нужно совершить, раскрутив систему, чтобы муфта двигалась по окружности, радиус которой вдвое больше длины $l_0 = 10$ см нерастянутой пружины? Ee жесткость

k = 480 H/m.

- **48.6.** На легкой спице, верхний конец которой закреплен в шарнире, подвешен шарик. Систему переводят в неустойчивое положение (спица вертикальна, шарик над шарниром) и отпускают. Вычислить ускорение шарика в тот момент, когда спица горизонтальна.
- **48.7.** С вершины гладкой сферы радиуса R=0.6 м соскальзывает копейка. С какой скоростью v_0 начнётся свободное падение копейки?
- **48.8.** По условию задачи 47.8 (см. рис. 47.2) тело попадает на доску и упирается в пружину, закрепленную на ней. Определить ускорение тела относительно доски a' в момент максимального сжатия пружины, если её жесткость $k=270\,$ H/м, а трение везде отсутствует.

х. статика

49. Равновесие материальной точки

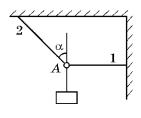


Рис. 49.1

- **49.1.** Груз массой m = 48 кг подвешен с помощью двух тросов 1 и 2, соединенных кольцом A (рис. 49.1). Первый трос горизонтален, а второй образует угол $\alpha = 37^{\circ}$ с вертикалью. Найти силы натяжения тросов T_1 и T_2 .
- **49.2.** Две силы $F_1 = 5$ Н каждая приложены к материальной точке под углом $\alpha = 90^{\circ}$ друг к другу. Каким должен быть

угол β между двумя одинаковыми силами F_2 = 4 H, чтобы они уравновесили первые?

49.3. Брусок массой m находится на горизонтальной поверхности. К его центру масс приложена сила F, под углом α к горизонту. При каких значениях силы F брусок будет оставаться в равновесии? Коэффициент трения равен μ .

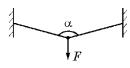
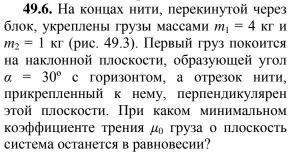


Рис. 49.2

- **49.4.** В центре легкой натянутой струны приложили силу F = 50 H, в результате чего отрезки струны образовали угол $\alpha = 150^{\circ}$ (рис. 49.2). Определить силу натяжения струны в этом положении.
- **49.5.** Люстра подвешена к потолку с помощью трех шнуров одинаковой длины. Каждый шнур образует угол $\alpha = 45^{\circ}$ с вертикалью и натянут с силой T = 200 Н. Какова масса m люстры?



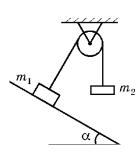
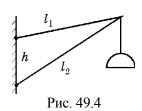


Рис. 49.3



49.7. Намагниченный брусок массой m=0.5 кг прижимается к вертикальной стальной стене магнитной силой $F_{\rm M}=30$ Н. Какой максимальной массы M груз можно подвесить к бруску, чтобы он не соскользнул вниз? Коэффициент трения $\mu=0.3$.

49.8. Фонарь массой m подвешен с помощью двух легких стержней (рис. 49.4). Длины стержней l_1 , l_2 и расстояние h между

точками их крепления к стене известны. Определить силы натяжения или сжатия стержней F_1 и F_2 .

50. Момент силы. Равнодействующая

50.1. Прилагая к концу бруса длиной l=2,5 м вертикальную силу F=100 H, рабочий удерживает его в наклонном положении. Угол наклона бруса $\alpha=37^\circ$. Вычислить момент силы F относительно центра бруса $M_{\rm c}$ и относительно каждого из его концов M_1, M_2 .

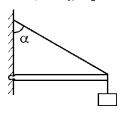


Рис. 50.1

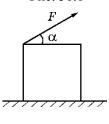


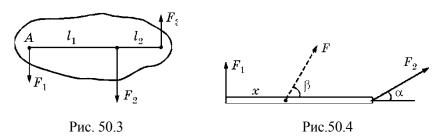
Рис 502

- **50.2.** Балка прикреплена к стене шарнирно и удерживается в горизонтальном положении тросом, образующим угол $\alpha=60^\circ$ со стеной (рис. 50.1). Длина балки l=1 м, масса подвешенного груза m=50 кг, сила натяжения троса $T=2\cdot10^3$ Н. Определить моменты относительно шарнира силы тяжести груза $M_{\rm F}$ и силы натяжения троса $M_{\rm T}$. Учесть знаки моментов.
- **50.3.** К середине ребра куба и перпендикулярно ребру приложена сила F=50 Н под углом $\alpha=30^{\circ}$ к горизонту (рис. 50.2). Момент этой силы относительно оси, проходящей через диагонально противоположное ребро, M=-68,5 Н·м. Чему равна длина l ребра куба?
- **50.4.** Слесарь откручивает гайку, действуя на ключ силой F на расстоянии R=20 см от

оси вращения. Сила перпендикулярна ключу и оси вращения. При этом гайка вращается равномерно, так как на неё действует момент сил трения $M_{\rm Tp}$ = $10~{\rm H}\cdot{\rm m}$. Найти силу F и механическую работу A слесаря при повороте гайки на угол $\varphi=2,5$ рад.

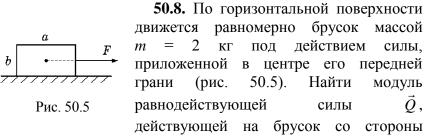
50.5. Могут ли силы $F_1 = 10$ H и $F_2 = 14$ H иметь равнодействующую F = 2; 4; 10; 24; 30 H?

50.6. К телу приложены три силы (рис. 50.3): $F_1 = 4$ H, $F_2 = 8$ H, $F_3 = 2$ H; $l_1 = 20$ см, $l_2 = 10$ см. На каком расстоянии x от точки A проходит равнодействующая этих сил?



50.7. К концам тонкого

стержня длиной l=25 см приложены две силы, лежащие в одной плоскости: $F_1=15$ Н и $F_2=20$ Н (рис. 50.4). Сила F_2 составляет угол $\alpha=30^\circ$ с осью стержня. Найти величину, направление и точку приложения равнодействующей этих сил (неизвестные величины F,β,x указаны на рисунке).



поверхности, и расстояние x от основания передней грани до точки приложения этой силы. Размеры бруска: a = 18 см, b

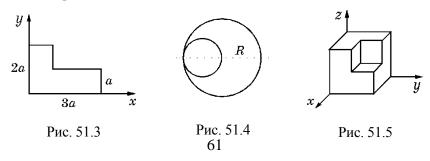
=12 см. Коэффициент трения $\mu=0.5$. Равнодействующая сил тяжести приложена в центре бруска.

51. Центр тяжести

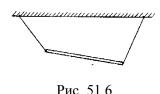
- **51.1.** Кусок какой длины l нужно отрезать с одного конца однородного стержня, чтобы его центр тяжести сместился к другому концу на $\Delta l = 10$ см?
- **51.2.** Три шара массами m, 2m и 3m соединены легкими стержнями (рис. 51.1). Расстояние между центрами соседних шаров a. Определить расстояние x_c центра тяжести этой системы тел от центра наибольшего шара.



- **51.3.** Проволоку постоянного сечения согнули под прямым углом. Длины сторон образовавшегося уголка (рис. 51.2) $l_1 = 40$ см, $l_2 = 60$ см. Найти координаты центра тяжести уголка. Толщиной проволоки пренебречь.
- **51.4.** Найти положение центра тяжести однородного плоского уголка, размеры которого указаны на рис. 51.3.
- **51.5.** В однородном диске радиуса R вырезали круг вдвое меньшего радиуса (рис. 51.4). На какую величину x сместился при этом центр тяжести диска?



- **51.6.** Определить координаты центра тяжести однородного куба с ребром a, из которого вырезан куб с ребром a/2 (рис. 51.5).
- **51.7.** По рисунку 51.6 найти геометрическим построением центр тяжести неоднородного стержня, подвешенного на двух нитях.



51.8. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы лежащий на земле столб массой M=100 кг перевести из горизонтального положения в вертикальное? Длина столба l=1 м, его диаметр D=0.3 м.

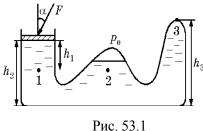
52. Равновесие твердого тела

- **52.1.** Рабочий удерживает за один конец однородный брус массой m=40 кг так, что противоположный его конец упирается в грунт и он образует угол $\alpha=60^{\circ}$ с горизонтом. Какую силу F, перпендикулярную к брусу, прикладывает рабочий?
- **52.2.** Труба массой m=100 кг и длиной L=12 м лежит на двух подставках, одна из которых находится на расстоянии $l_1=2$ м от одного конца трубы, а другая на расстоянии $l_2=4$ м от противоположного. Определить реакции подставок N_1 и N_2 .
- **52.3.** Бетонный куб массой m=1,0 т переворачивают вокруг его ребра, прилагая силу к противоположному ребру под углом $\alpha=30^{\circ}$ к горизонту (см. рис. 50.2). Какую минимальную силу F нужно приложить в начале этого процесса?
- **52.4.** Однородная балка массы M=100 кг прикреплена к стене шарнирно и удерживается в горизонтальном положении тросом, образующим угол $\alpha=60^{\circ}$ со стеной (см. рис. 50.1). К концу балки подвешен груз массой m=50 кг. Какова сила натяжения троса T?
- **52.5.** По условию задачи 52.4 найти величину и направление силы \vec{Q} , действующей на балку со стороны шарнира (вычислить сначала проекции Q_x , Q_y).
- **52.6.** Лестница стоит на полу, опираясь верхним концом на гладкую стенку. Под каким минимальным углом наклона $\alpha_{\rm m}$ к полу

можно поставить лестницу, если коэффициент ее трения о пол $\mu = 0.5$? Центр тяжести находится посередине лестницы.

- **52.7.** На какой максимальной высоте H можно приложить горизонтальную силу к шкафу, чтобы он не переворачивался, а скользил вдоль стены по полу? Ширина шкафа а, коэффициент трения μ .
- **52.8.** Однородный тонкий стержень длиной l подвесили за один конец на вертикальной стенке с помощью нити длиной 21. Оставляя натянутой нить, стержень перевели в горизонтальное положение так, что второй его конец упёрся в стенку под точкой подвеса, и отпустили. При каких значениях коэффициента трения μ стержень останется в горизонтальном положении?

53. Закон Паскаля. Гидростатическое давление



53.1. В сосуде с водой (рис. 53.1) имеется гладкий поршень массой m и площадью S. На поршень действует сила F под углом α к вертикали. Определить давление p_0 под поршнем. Выразить через p_0 давления p_k внутри воды в точках 1, 2, 3. Атмосферное давление p_{A} , плот-

ность воды ρ и размеры, указанные на рисунке, считать известными. Найти также давление в воздушном пузыре $p_{\rm B}$, если уровень воды под ним на h_4 выше дна.

- **53.2.** На какую величину Δp атмосферное давление на 16-м этаже ($h \approx 50$ м) меньше, чем на 1-м? Выразить Δp в мм рт.ст. Плотности воздуха $\rho_0 = 1.3 \text{ кг/м}^3$, ртути $\rho = 13.6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.
- **53.3.** В полый куб с ребром a = 1 м налита доверху вода $(\rho = 1 \text{г/cm}^3)$. Найти силу гидростатического давления воды на дно F_1 и на боковую грань $\hat{F_2}$ куба. Выразить гидростатическое давление у дна в различных единицах (Па, ат, мм рт.ст.).
- 53.4. В одно из открытых колен U-образной вертикальной трубки с ртутью налили воду, столбик которой составил высоту h =

- 68 см. Найти возникшую при этом разность уровней ртути в коленах x и приращение Δp давления в изгибе трубки. Плотность воды $\rho_0 = 1$ г/см³, плотность ртути $\rho = 13,6$ г/см³.
- **53.5.** В колбу конической формы с площадью дна $S=400~{\rm cm}^2$ налит слой воды высотой $h=20~{\rm cm}$. Масса воды $M=6~{\rm kr}$, ее плотность $\rho=1~{\rm r/cm}^3$. Пренебрегая массой колбы, определить силы давления a) воды на дно колбы F_1 и δ) колбы на стол F_2 . Сравнить эти силы и объяснить парадокс.
- **53.6.** На какую величину Δp изменится давление у дна цилиндрического сосуда с водой, если: 1) поместить в воду плавающий деревянный брусок массой m=0,5 кг; 2) погрузить этот брусок целиком под воду, привязав его нитью ко дну? Плотность воды $\rho_0=1$ г/см³, плотность дерева $\rho=0,8$ г/см³, площадь дна S=5 дм².
- **53.7.** Гидростатический пресс состоит из двух цилиндров площадью $S_1 = 10$ см² и $S_2 = 4$ дм², соединенных снизу трубкой. В цилиндрах находится масло плотностью $\rho = 0.8$ г/см³, а сверху поршни массами $m_1 = 200$ г и $m_2 = 3$ кг соответственно. Найти разность уровней масла в цилиндрах h при равновесии поршней.



Рис. 53.2

Какую силу F_2 разовьет пресс, если на малый поршень надавить силой $F_1 = 100$ H?

53.8. Поршень массой m=1 кг и сечением S=10 см² силой атмосферного давления $p_0=0,1$ МПа прижат ко дну открытого снизу закрепленного цилиндра высотой h=20 см (рис. 53.2). Поршень герметично прилегает к гладким стенкам цилиндра. Какую работу A

нужно совершить, чтобы удалить поршень из цилиндра?

54. Сила Архимеда

- **54.1.** Доска площадью S=0,2 м 2 плавает в воде, погрузившись на h=5 см. Найти силу взаимодействия доски с водой F_A и массу доски m.
- **54.2.** Определить наименьшую площадь льдины толщиной h=40 см, способной удержать на воде человека массой m=75 кг. Плотность льда $\rho=0.9$ г/см³.

- **54.3.** Айсберг произвольной формы плавает в воде. Какая часть η объема айсберга находится над водой?
- **54.4.** Полый железный шар массой m=39 г плавает в воде, погрузившись ровно наполовину. Определить объем полости $V_{\rm п}$ в шаре. Плотность железа $\rho=7.8$ г/см³.
- **54.5.** Вес тела в воздухе $P_1 = 2.8$ H, а в воде $P_2 = 1.8$ H. Найти плотность тела ρ .
- **54.6.** Воздушный шар массой m=100 кг, поднимаясь в атмосфере, достиг максимальной высоты. Во сколько раз n плотность воздуха на этой высоте больше плотности газа в шаре? Масса оболочки шара $m_0=75$ кг, её объем мал.
- **54.7** Тело плотностью ρ плавает на границе двух несмешивающихся жидкостей плотностями ρ_1 и ρ_2 . Найти отношение объемов тела V_1/V_2 , находящихся выше и ниже границы жидкостей.
- **54.8.** В сосуде с водой плавает деревянный брусок. Сосуд приводят в движение с ускорением $\vec{a} = -5\vec{g}$. Найти давление воды (без учета атмосферного) на глубине h. Изменится ли глубина погружения бруска?

ХІ. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

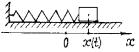
55. Гармонические колебания

- **55.1.** Груз на пружине за время $\tau = 5$ мин совершает N = 230 колебаний. Определить период T и частоту v колебаний.
- **55.2.** Крылья пчелы колеблются с частотой v = 240 Гц. Сколько взмахов N сделает пчела, пролетев расстояние s = 500 м, если её скорость v = 4 м/с?
- **55.3.** Материальная точка движется вдоль оси 0x. Закон её движения: $x(t) = 3 \cdot \sin(t/2)$ (время в секундах, координата в метрах). Указать характер движения точки. Через какое время T все значения x повторяются? Найти также амплитуду A и частоту v колебаний.

- **55.4.** По условию задачи 55.3 вычислить начальную координату x_0 (при $t_0 = 0$) и координаты в моменты $t_1 = \pi/3$ с, $t_2 = \pi$ с, $t_3 = 2\pi$ с, $t_4 = 3\pi$ секунд. Построить график функции x(t).
- **55.5.** Колебания тела происходят по закону: $x(t) = A \cdot \sin 2\pi vt$. Каковы смещения тела из положения равновесия x_1 , x_2 в моменты времени $t_1 = 5$ мс, $t_2 = 0.4$ с, если A = 12 см, v = 50 Гц?
- **55.6.** Написать закон колебательного движения тела вдоль оси 0x, если известны амплитуда A и период T колебаний. В начальный момент (t=0) координата $x_0=0$, а проекция скорости 1) $v_{0x}>0$, 2) $v_{0x}<0$.
- **55.7.** Два шарика на длинных нитях одинаковой длины подвешены в одной точке. Одному шарику толчком сообщили небольшую скорость, а затем через T/6 (T период колебаний) другому шарику сообщили такую же по величине скорость, но в противоположном направлении. Изобразить графики движения шариков $x_1(t)$, $x_2(t)$. Через какое время τ после начала движения первого шарика они столкнутся?
- **55.8.** Координаты материальной точки, движущейся в плоскости, меняются со временем по законам: $x = A sin 2\pi v t$, $y = A cos 2\pi v t$. Получить уравнение траектории движения точки. Как называется это кривая?

56. Пружинный маятник

56.1. Определить период вертикальных колебаний груза массой $m=0,1\,$ кг, подвешенного к пружине жесткостью $k=10\,$ H/м.



56.2. Найти массу m тела, которое на пружине жесткостью k=10 Н/м делает N=20 колебаний за t=16 с.

Рис.56.1 **56.3.** Брусок массой m=440 г соединен с пружиной и совершает колебания на гладкой горизонтальной поверхности (рис.56.1). Его смещение из положения равновесия $x(t) = A \cdot \sin \omega t$, где A=10 см, $\omega=4,8$ с⁻¹. Найти период T, жесткость пружины k и максимальное ускорение бруска $a_{\rm m}$.

- **56.4.** Как изменится частота колебаний пружинного маятника, если его массу уменьшить в $\alpha=16$ раз, а жесткость пружины увеличить в $\beta=4$ раза?
- **56.5.** Период колебаний груза на пружине T = 0.5 с. На сколько Δl уменьшится длина пружины, если снять с нее груз?
- **56.6.** Если к пружине подвесить один грузик, то период его колебаний будет T_1 , если подвесить другой, период его колебания будет T_2 . Каким станет период колебаний T, если к этой пружине подвесить оба грузика вместе?
- **56.7.** На двух пружинах подвесили грузы массами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 50$ г. При этом удлинения пружин оказались одинаковыми. Определить отношение частот колебаний этих систем v_1/v_2 .
- **56.8.** Если на резиновом шнуре подвесить груз, то в состоянии равновесия он будет растянут на $\Delta l = 40$ см. Каков период вертикальных колебаний груза на этом шнуре?

57. Математический маятник

57.1. Какую длину имеет математический маятник с периодом колебаний T = 1с?

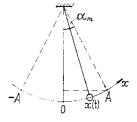


Рис. 57.1

- **57.2.** Естественная (т.е. отсчитываемая вдоль траектории) координата шарика математического маятника (рис. 57.1) изменяется по закону: $x(t) = A \sin \omega t$, где частота $\omega = 3,1$ с⁻¹, амплитуда A = 10 см. Найти период малых колебаний T и длину l маятника, а также угловую амплитуду $\alpha_{\rm m}$ (в радианах и градусах).
- **57.3.** Каково отношение длин математических маятников, если за одно и то же время один совершает $n_1 = 10$, а другой $n_2 = 30$ колебаний?
- **57.4.** Измерения показали, что при малых колебаниях маятник длиной l=2000 мм совершает N=352,5 колебания за время $\tau=1000$ с. Определить по этим данным ускорение свободного падения вблизи места проведения измерений (принять $\pi=3,1416$).

- **57.5.** Один математический маятник имеет период колебаний $T_1 = 3$ с, а другой $T_2 = 4$ с. Каков период T колебаний маятника, длина которого равна сумме длин данных маятников?
- **57.6.** Математический маятник длиной l=1 м отводят из положения равновесия на небольшой угол и отпускают. Сколько раз N за время $\Delta t=8,6$ с модуль скорости маятника достигнет максимального значения?
- **57.7.** Маятниковые часы за время $\tau=1$ сутки отстают на $\Delta t=10$ мин. Длина маятника l=0,75 м. На какую величину Δl надо изменить длину маятника, чтобы часы шли правильно?
- **57.8.** На какую величину Δt отстанут за сутки ($\tau = 24$ ч) маятниковые часы, поднятые на вершину Эвереста (h = 8,9 км)? Радиус Земли R = 6400 км.

58. Энергия колебаний

- **58.1.** По условию задачи 56.3 (см. рис. 56.1), зная жесткость пружины k, найти максимальную потенциальную $\Pi_{\rm m}$, максимальную кинетическую $K_{\rm m}$ и механическую W энергии маятника. Вычислить максимальную скорость бруска.
- **58.2.** По условию задачи 56.3 получить зависимости от смещения x потенциальной $\Pi(x)$ и кинетической K(x) энергий маятника. Построить графики этих функций. Найти также зависимости от времени $\Pi(t)$, K(t).
- **58.3.** Груз массой m=200 г, подвешенный на пружине, совершает вертикальные колебания с частотой $\omega=6$ с⁻¹ и амплитудой A=5 см. Определить энергию колебаний W.
- **58.4.** Тело массой m=100 г, подвешенное на пружине, растягивает её на $\Delta l=4,9$ см. Чему равна энергия W колебаний этого маятника, если тело сместить из положения равновесия по вертикали на $x_{\rm m}=10$ см и отпустить?
- **58.5.** Определить массу груза m, колеблющегося на пружине жесткостью k=300 H/м, если при амплитуде колебаний A=2 см он имеет максимальную скорость $v_{\rm m}=3$ м/с.
- **58.6.** По условию задачи 57.2 (рис. 57.1) найти максимальную потенциальную энергию $\Pi_{\rm m}$ маятника, если масса шарика $m=100~{\rm r}$ (известно: $1-\cos\alpha_{\rm m}=2\sin^2(\alpha_{\rm m}/2)$ и $\sin(\alpha_{\rm m}/2)\approx(\alpha_{\rm m}/2)$ при малых $\alpha_{\rm m}$).

Определить также энергию колебаний W и максимальную скорость шарика $v_{\rm m}$.

- **58.7.** Груз математического маятника массой m совершает малые колебания с частотой v и амплитудой A. Определить энергию колебаний W.
- **58.7.** Максимальная скорость шарика математического маятника при малых колебаниях $v_{\rm m}=5$ см/с, а период колебаний T=1 с. Определить максимальный угол отклонения нити маятника от вертикали $\alpha_{\rm m}$ в процессе колебаний.

59. Механические волны. Звук

- **59.1** Определить максимальную λ_{\max} и минимальную λ_{\min} длины звуковых волн, воспринимаемых человеком. Скорость звука в воздухе v=340 м/с, граничные частоты $v_{\min}=20$ Гц и $v_{\max}=20$ кГц.
- **59.2.** На поверхности воды распространяется волна со скоростью v = 6 м/с. Каков период колебаний поплавка, если длина волны $\lambda = 3$ м?
- **59.3.** Расстояние до преграды, отражающей звук, L=68 м. Через какое время τ человек услышит эхо? Скорость звука в воздухе v=340 м/с.
- **59.4.** Наблюдатель воспринимает по звуку, что самолет находится над ним, но видит его под углом $\alpha = 75^{\circ}$ к горизонту. Оценить скорость $v_{\rm c}$ самолета. Скорость звука $v_{\rm 3B} = 340$ м/с.
- **59.5.** Во сколько раз и как изменятся частота ν и длина волны λ звука при переходе из воздуха в воду? Скорость звука в воздухе $v_1 = 340\,$ м/с, скорость звука в воде $v_2 = 1480$ м/с.
- **59.6.** На расстоянии L=0.5 км от наблюдателя ударяют молотком по железнодорожному рельсу. В безветренную погоду, приложив ухо к рельсу, наблюдатель услышал звук на $\tau=1.37$ с раньше, чем он дошел по воздуху. Какова скорость звука в стали $v_{\rm cr}$, если в воздухе она $v_{\rm B}=340$ м/с?
- **59.7.** Самолет летит на высоте H=4 км над поверхностью Земли со сверхзвуковой скоростью. Звук дошел до наблюдателя через $\tau=10\,$ с после того, как над ним пролетел самолет. Определить скорость самолета $v_{\rm c}$, если скорость звука в воздухе $v=340\,$ м/с.

59.8. Длина волн, распространяющихся на поверхности воды от точечного источника, равна λ . На какую величину $|r_1-r_2|$ отличаются расстояния от источника до двух поплавков, если волна возбуждает их колебания a) в фазе (синхронные), δ) в противофазе (направления их движения в каждый момент противоположны).

ОТВЕТЫ

1. Математическое введение

- **1.1** 1) -0,13; 4) 6,5.
- **1.5.** 2) $6.0 \cdot 10^7$ KT; 6) 10^{-10} M.
- **1.7.** б) 86°; в) 86,0; е) 2,0° · 10^3 .
- 1.10. 6.3 см.
- **2.5.** b = 2S/a, $c = \sqrt{a^4 + 4S^2}/a$.
- **2.8.** 10 м.
- **3.6.** 35 мм, 69 мм.
- **3.8.** $\alpha = 37^{\circ}$, L = 120 M.
- **4.6.** 1) π ; 4) $\pi \sqrt{2}$; 5) $2\pi/k$.
- **4.8.** 6) $T = 2\pi/\omega$; B) $T = \tau$.

II. Векторные физические величины

- **5.1.** l = 8,4 m, tg $\beta = H/b$.
- **5.6.** 20 м.
- **6.1.** 120°.
- **6.5.** $F = 4.4 \text{ H}, \beta = 83^{\circ}.$
- **6.7.** $|\Delta \vec{v}| = 2v_0$, $\Delta v = 0$.
- **7.1.** $P_1 = 1.7 \text{ H}$, $P_2 = 2 \text{ H}$.
- **7.3.** $\vec{l} = b\vec{i} + H\vec{j}$.
- **7.4.** $v = 15 \text{ m/c}, \ \alpha = 143^{\circ}.$
- **7.6.** $\vec{i} \cdot \vec{i} = 1$, $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$.
- **7.8.** 90°.

III. Понятия кинематики. Равномерное движение

8.2. Может.

- **1.2.** 3) $2,0.10^3$; 4) $3,1.10^0$.
- **1.6.** в) $9 \cdot 10^{-2}$; ж) 1,00.
- **1.9.** 0.70 m^2 , 70 cm.
- **2.2.** $50^{\circ} = 0.87$ рад.
- **2.7.** $4/\sqrt{3}$.
- **2.10.** $t_{1,2} = 3 \pm 2$ c.
- **3.7.** $\beta = 90^{\circ} \alpha$..
- **3.9.** b = 7.3 M.
- **4.7.** 1) T = 2 c; 2) T = 4 c;
 - 3) T = 3,14 c; 4) T = 4 mc.
- **5.3.** $\alpha = 37^{\circ}$.
- **5.7.** 60 MKM, 60°.
- **6.3.** 60°.
- **6.6.** F = 4 H.
- **6.8.** 6,4, 39°.
- **6.9.** a) F = 0.1 H, $\beta = 53^{\circ}$.
- 7.2. $v_{\rm T} = v \sin{(\alpha + \beta)}/\sin{\alpha} = 540$
- **7.5.** *A* = 150 кДж.
- **7.7.** $\vec{F} \cdot \vec{l} = 4.8 \text{ кДж}, 16^{\circ}.$
- **8.1.** a) поступат. б) вращат.
- **8.3.** a) $S = \pi R/2$, $l = R\sqrt{2}$.
- **8.5.** Да.
- **8.7.** l = 5 м.

8.4.
$$\vec{v} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$$
 (M/c), $v = 5$ M/c.

8.6.
$$(6, 8, 0)$$
, $r = 10$ M.

8.8.
$$\vec{l} = (d-b)\vec{i} + 2\sqrt{b(d-b)}\vec{j}$$
.

9.2.
$$l = \sqrt{(h/\sin\alpha)^2 + b^2 - 2hb/tg\alpha}$$

= 28 cm. $\beta = 46^\circ$.

9.5.
$$v_{12} = 20$$
 M/c, $\alpha = 53^{\circ}$.

9.7.
$$v = l/\tau + \sqrt{(l/\tau)^2 + u^2} = 25$$
 KM/Y.

9.8.
$$v' = \sqrt{v^2 + v_0^2 + 2vv_0 \cos \alpha} = 2,9$$

M/c, $\beta = 48^\circ$.

10.2. Het.

11.1.
$$t_B = 4.0 \text{ c}, x_B = 0.48 \text{ m}.$$

11.3.
$$\tau = b(v_2 - v_1)/v_1v_2$$
.

11.5.
$$t_{\rm R} = d/2v$$
, $x_{\rm R} = d/2$.

11.7.
$$d = 5$$
 km, $v' = 20$ km/y.

12.3.
$$v_1 v_2 / (0.65 v_1 + 0.35 v_2)$$
.

12.5.
$$v = 25$$
 м/с. Да.

12.7.
$$a_x = -10 \text{ m/c}^2$$
.

13.1.
$$a = 2l/\tau^2 = 60 \text{ km/c}^2$$
, $v = 0.6 \text{ km/c}$.

13.3.
$$s = (v_1 + v_2) \tau/2$$
.

13.5.
$$n = \sqrt{2}$$
.

13.7.
$$v_0 = 36 \text{ км/ч}, \quad v = 72 \text{ км/ч}.$$

14.2.
$$l_x = -3 \text{ M}, s = 3 \text{ M}.$$

14.7.
$$\tau = 2t_0(1+\sqrt{2})$$
.

15.2.
$$x(t)=0.75t^2$$
 (M), где t в сек.

15.3.
$$t_1 = 10 \text{ c}, x_1 = -23 \text{ m}.$$

15.5.
$$v = 10$$
 m/c.

15.6.
$$\tau = (\sqrt{v_0^2 + 2ad} - v_0)/a$$
.

15.7.
$$a = 2b/t_1t_2$$
, $v_0 = b (t_1+t_2)/t_1t_2$.

9.1.
$$l = 0.5b$$
, $l' = b$, $l_0 = 1.5b$.

9.3.
$$v' = 14 \text{ m/c}$$
.

9.4.
$$v' = \sqrt{(d/\tau)^2 + v_0^2} = 1$$
 M/c,
tg $\alpha = v_0 \tau/d$, $\alpha = 53^\circ$.

9.6.
$$v = v_0/\text{tg } \alpha = 8.4 \text{ m/c},$$
 $v' = v_0/\sin \alpha = 13 \text{ m/c}.$

9.9.
$$v_0 = b/2\tau = 1$$
 KM/ 4 .

10.1. *D*:
$$x(t) = 1 - t$$
.

10.3.
$$y(x) = y_0 + (x_0 - x) \operatorname{tg} \alpha$$
.

11.2.
$$\tau = l/(v_1 - v_2)$$
, $s = lv_2/(v_1 - v_2)$.

11.4.
$$l = \sqrt{d^2 + x_0^2}$$

11.6. В 10 ч 30 мин, 60 км.

11.8.
$$\tau = 0.5 \text{ ч}, d = 45 \text{ км}.$$

12.4.
$$v_1 = 6 \text{ km/q}, v_2 = 2 \text{ km/q}.$$

12.6.
$$a_x = a_z = 0$$
, $a_y = -2 \text{ M/c}^2$.

12.8.
$$v_x(t) = (-3 + t)$$
 м/с при $(1 < t < 3)$ с.

13.2.
$$v = 10 \text{ m/c}, s = 41 \text{ m}.$$

13.4.
$$s = (v_1^2 - v_2^2)/2a$$
.

13.6.
$$3 \text{ m/c}$$
, $1,5 \text{ m/c}$, 2 m/c .

13.8.
$$v_c = 1.6 \text{ m/c}.$$

15.1.
$$x(t) = l - v_0 t + at^2/2$$
, v_x
 $(t) = -v_0 + at$.

15.4.
$$x(t) = -d + v_0(t - t_0) + a(t - t_0)^2/2$$
.

15.8.
$$n = 18$$
, $t_n = 1.3$ c.

16.2.
$$v_0 = g\tau/2 = 30 \text{ M/c}, \text{ H} = g\tau^2/8$$

= 45 M.

16.4.
$$\tau = h/g\Delta t + \Delta t/2$$
.

16.3.
$$v_0 = H/t_0 - gt_0/2 = 15$$
 m/c.

16.5.
$$H = 28 \text{ M}.$$

16.7.
$$H = h + v_0^2/2g$$
.

16.8.
$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gH}$$
.

17.1.
$$\tau = 2$$
 c, $b = 20$ M.

17.3.
$$h = g (\sqrt{2H/g} - \tau)^2/2 = 20 \text{ M}.$$

17.5.
$$h = 3 v_0^2 / 8g = 15 \text{M}.$$

17.7. 230 м.

17.9.
$$t_{\rm B} = 9 v_0 / 4g$$
, $h_{\rm B} = H - 9 v_0^2 / 32g$.

18.2.
$$\vec{r}(t) = (3t - 0.5 \cdot t^2)\vec{i} + 4t \cdot \vec{j}$$

($x_0 = y_0 = 0$).

18.4.
$$y = 2x$$
.

18.6.
$$v_0 = 2 \text{ m/c}$$
, $a = 8 \text{ m/c}^2$.

18.8.
$$l = 250 \text{ M}.$$

19.1.
$$v^2(t) = v_0^2 + g^2 t^2$$
,

tg
$$\alpha = gt/v_0$$
.

19.4.
$$tg^2\alpha = gH/2 v_0^2$$
, $\alpha = 31^\circ$.

19.6.
$$l = 2 v_0^2 \operatorname{tg} \alpha / \operatorname{g} \cos \alpha$$

= 1.9 km.

20.1.
$$y(x) = \operatorname{tg} \alpha \cdot x - (g/2 v_0^2 \cos^2 \alpha) \cdot x^2$$
.

20.3.
$$H_1/H_2 = tg^2 \alpha$$
, $L_1/L_2 = 1$.

20.4. tg
$$\alpha = 2$$
.

20.5.
$$H = g\tau^2/8$$
.

20.7.
$$b = 16 \text{ M}.$$

20.8.
$$s = 2v_0^2 \sin^2 2\alpha (\cot 2\alpha + \tan \alpha)/g \cos \alpha = 3,2 \text{ M}.$$

21.2.
$$\Delta t = |\Delta \vec{v}|/g = 5$$
 c.

16.6.
$$t_n = v_0 (n \pm 1)/ng$$
,

$$h_n = v_0^2 (n^2 - 1)/2gn^2.$$

16.9.
$$\tau = 2.5$$
 c, H = 31 m, $v = 25$ m/c.

17.2.
$$v_0 = 30$$
 m/c.

17.4.
$$t_1 = 4H/5 v_0$$
.

17.6.
$$t_c = 4 \text{ c}, \quad y_c = -60 \text{ m}.$$

17.8.
$$b = 4.0 \text{ M}.$$

18.1.
$$x(t) = v_1 t$$
, $y(t) = v_2 t - gt^2/2$ ($x_0 = y_0 = 0$), $v_0 = 10$ m/c.

18.3.
$$y(x) = H - gx^2/2v_0^2$$
 $(x_0 = 0, y_0 = H)$.

18.5.
$$x(y) = 0.5y + 0.14y^2$$
.

18.7.
$$x^2 + y^2 = 4$$
 (cм²),
или $y = \pm \sqrt{4 - x^2}$ (см).

19.2.
$$H = 2 v_0^2/g = 20 \text{ M}.$$

19.3.
$$v_0 = 1.5$$
 км/с.

19.5.
$$v_x = v_y = v_0 = 50$$
 m/c, $t_I = 5.6$ c.

19.7.
$$l = \sqrt{21} b^2 / 4h$$
.

20.2.
$$\tau = 2 v_0 \sin \alpha / g$$
,

$$L = v_0^2 2 \sin \alpha \cos \alpha / g ,$$

$$H = v_0^2 \sin^2 \alpha / 2g.$$

20.6.
$$L = 2 v_0^2 \cos^2 \alpha \ (\text{tg } \alpha - \text{tg } \beta)/g \cos \beta.$$

21.1.
$$v^2 = v_x^2 + v_y^2$$
, $\text{tg } \beta(t)$
= $\text{tg } \alpha - (g/v_0 \cos \alpha) \cdot t$.

21.3.
$$t_{2,1} = (\sqrt{3} \pm 1) \text{ c.}$$

21.4.
$$\eta^2 = 1 - 3/4 \sin^2 \alpha$$
.

21.8.
$$a_n = 7.8 \text{ m/c}^2$$
, $a_{\tau} = 5.9 \text{ m/c}^2$.

22.1.
$$\tau = 2\pi N/\omega$$
.

22.3.
$$\omega_{\rm M} = 2\pi/T_{\rm M} = 1.7 \cdot 10^{-3}$$
 pag/c.

22.6.
$$\tau = (12/11) \text{ q}$$
, $\Delta \phi = 2\pi/11$.

22.8.
$$\omega = v_0/R$$
, $v' = v_0$, $v = \sqrt{2} \cdot v_0$.

23.3.
$$a = v \Delta \varphi / \Delta t = 100 \text{ m/c}^2,$$

 $\angle \vec{v}, \ \vec{a} = 89.5^{\circ}.$

23.6.
$$\tau = T_1 T_2 / (T_1 + T_2)$$
.

23.8.
$$\omega/\omega_0 = 17$$
.

24.2.
$$a_{\tau} = v_0^2/2s$$
, $a_n = v_0^2/R$.

24.4.
$$a_{\tau} = a \cos \alpha$$
, $a_n = a \sin \alpha$, $R = v^2/a \sin \alpha$.

24.7.
$$a = 0.56 \text{ m/c}^2$$
, $\angle \vec{v}$, $\vec{a} = 153^\circ$.

25.2. Может. Может.

25.4. Из-за инерции. Да.

25.7. а) торможение, б) поворот с v = const.

26.2. $m = m_0/n^3$.

26.4. $S = 1 \text{ m}^2$.

26.6. $m\vec{g} + \vec{N} = 0$.

26.9. $F_p = 8 H$.

27.1. Да.

27.3. Нет.

27.5. Broporo $(m\vec{g} + \vec{N} = 0)$.

21.5.
$$H = (v_0^2 - v_1^2 + g^2 t_1^2)^2 / 8g^3 t_1^2 = 2,9 \text{ M}.$$

21.7.
$$a_n = 8.5 \text{ M/c}^2$$
, $a_{\tau} = 4.9 \text{ M/c}^2$.

21.9. $t_1 = 0.98$ c.

22.2. $2\pi n = \omega = 2 v/D$.

22.4. $l = sT_{\rm M}/2\pi \tau = 3.5 \,\rm M.$

22.5. $v_2 = 1.0 \text{ m/c}.$

22.7. $n = (v_1 - v_2)/2\pi a$, $R = a v_1/(v_1 - v_2)$.

23.1. $v = 2\pi R/\tau$, $\omega = 2\pi/\tau$.

23.2. $\varphi = s/l = 10^3 \text{ pag} = 57.3^{\circ} \cdot 10^3.$

23.4. $a = (\omega R \pm v')^2 / R$.

23.5. v = 5.6 km/c, a = 2.4 m/c².

23.7. $a_{\Pi}/a_{\Gamma} = 200$, $v_{\Pi}/v_{\Gamma} = 5$.

24.1. $s = a_{\tau t_1^2}/2$, $v = a_{\tau} t_1$.

24.3. $\langle v \rangle = v_0/2, \ \tau = 2s/v_0$.

24.5. $t_0 = 0.6$ c, s = R/2.

24.6. $\alpha = 135^{\circ}$.

25.1. Да в С.О., связ. с Землей. Нет.

25.3. a), б), г) да; в) нет.

25.6. 1), 2) нет.

25.8. Из-за инертности груза.

26.1. $n = m_1/m_2 = 1,25$.

26.3. $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$, m = 315 kg.

26.5. 55%, 220 г.

26.7. С Землей ($m\vec{g}$), нитью (\vec{T}). $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}$.

27.2. Да.

27.4. Электромагнитным.

27.6. Третьего ($\vec{P} = -\vec{N}$).

28.1.
$$0 = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_c$$
.

28.4.
$$\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a})$$
.

28.6.
$$T = Fm_2/(m_1 + m_2)$$
.

28.8.
$$a=g(m_1-m_2\sin\alpha)/(m_1-m_2)$$
,

$$T = m_1 m_2 g(1 + \sin \alpha)/(m_1 + m_2).$$

29.3.
$$F = mg(1 - 1/n)$$
.

29.5. *a*)
$$1/k = 1/k_1 + 1/k_2$$
,

6)
$$k = k_1 + k_2$$
.

29.7.
$$l = 16$$
 cm.

30.1.
$$\Delta l = 0$$
, $\Delta l = 2mg/k$.

30.3.
$$l = l_0/(1-m\omega^2/k)$$
.

$$\sqrt{(l_0 + mg/k\cos\alpha)g\sin\alpha\cdot tg\alpha}.$$

30.7.
$$l = l_0/(1 - m\omega^2/k)$$
.

31.2.
$$F = mg\sqrt{1 + \mu^2}$$
.

31.4.
$$a = g(\sin \alpha - \operatorname{tg}\beta\cos\alpha)$$
.

31.6.
$$a_{\rm m} = \mu g$$
.

31.7.
$$\omega_0 = \sqrt{\mu g/l}$$
.

32.2.
$$F_c = mgv/v_m$$
, $a = g(1-v/v_m)$.

32.4.
$$v_{\rm m} = va_1/(a_1 - a_2)$$
.

32.6.
$$v_2 = v_1 R_2 / R_1$$
.

33.1.
$$v_0 = g\tau(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = 12 \text{ m/c}.$$

33.3.
$$l_0 = (l_1 m_2 + l_2 m_1)/(m_1 + m_2).$$

33.5.
$$\mu = \omega_0^2 l/2g$$
, $k = m \omega_0^2 l/2(l - l_0)$.

33.7.
$$a_2 = (a_1 + 3\mu g)/2$$
.

34.1.
$$G = 6.66 \cdot 10^{-11} \,\mathrm{Hm}^2/\mathrm{kr}^2$$
.

34.3.
$$F_3/F_C = 2.9 \cdot 10^5$$
.

34.5.
$$h = R_3(\sqrt{n} - 1)$$
.

34.7.
$$n \approx 5000$$
.

35.1.
$$g = 9.83 \text{ m/c}^2$$
.

35.3.
$$g = 8.9 \text{ m/c}^2$$
.

28.2.
$$\vec{F}_{p} = m\vec{a}$$
.

28.5.
$$P = 57 \text{ H}, \ a = 2.5 \text{ m/c}^2.$$

28.7.
$$n = 5$$
.

29.1.
$$F_{\text{vII}} = 10 \text{ H}, l = 20 \text{ cm}.$$

29.2.
$$k = 5.10^5 \text{ H/m}$$
. $\varepsilon = 2.10^{-3}$.

29.4.
$$n = 4$$
.

29.6.
$$k = k_0 l_0 / l$$
.

29.8.
$$F_{\text{vii}} = kx = kat^2/2$$
.

30.2.
$$a_2 = 3 \text{ m/c}^2$$
, $k = 120 \text{ H/m}$.

30.4.
$$l_0 = l_1(1 - l_2^2 v_1^2 / l_1^2 v_2^2)/(1 - l_2 v_1^2 / l_1 v_2^2).$$

30.6.
$$a_x = k l_0 \cos \alpha / m = 28 \text{ M/c}^2$$
, $a_y = k l_0 \sin \alpha / m - g = 6 \text{ M/c}^2$.

31.1. *a*)
$$F_{TD}$$
= 1 H, б) и в) F_{TD} = 2 H.

31.3.
$$F = m(a + \mu g)/(\cos \alpha \pm \mu \sin \alpha)$$
.

31.5.
$$a_{2,1} = g(\sin\alpha \pm \mu\cos\alpha), a_1 = 0$$
 при $\mu = \text{tg}\alpha$.

31.8.
$$F_0 = \mu mg(1 + m/M)$$
.

32.3.
$$k = 100 \text{ kg/c}$$
.

32.5.
$$F_2 = F_1 n^4$$
.

32.7.
$$F_c = 0.5 \text{ H}.$$

33.2.
$$\Delta l = m(a + Kg)/k = 7$$
 MM.

33.4.
$$\mu = (m_1/m_2) - 2s(m_1 + m_2)/m_2g\tau^2$$
.

33.6.
$$v_2 = 2v_1$$
.

33.8.
$$v_{\rm m} = \sqrt{gD/2\mu}$$
.

34.2.
$$F = 2.0 \cdot 10^{20} \text{ H}.$$

34.4.
$$\rho_C/\rho_3 = 0.26$$
.

34.6.
$$l \approx 3,4 \cdot 10^5$$
 км.

34.8.
$$n \approx 1600$$
.

35.2.
$$g(h) = g_0 R^2 / (R + h)^2$$
.

35.5.
$$g_c = g_0 n/k$$
.

35.7.
$$\Delta F = 4\pi^2 mR/T^2 = 3.4 \text{ H}.$$

36.1.
$$v_1 = \sqrt{gR_3}$$
.

36.3.
$$r^3 = g_0 R^2 T^2 / 4\pi^2$$
.

36.5.
$$T = 2\pi \sqrt{r^3/g_0 R_3^2} = 27 \text{ cyr.}$$

36.6.
$$n = \sqrt{k_1/k_2} = 4.7.$$

36.8.
$$v = 5.8$$
 M/c, $T = 1.5$ ч.

37.3.
$$\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a})$$
.

37.5.
$$k = 3$$
.

37.7.
$$v = 30$$
 m/c.

38.1.
$$v = 600 \text{ m/c}$$
.

38.3.
$$|\Delta \vec{p}| = m|\vec{v}_2 - \vec{v}_1| = 2 \text{ Hc.}$$

38.5.
$$|\Delta \vec{p}| = 2mv \sin \alpha$$
.

38.6.
$$p = 5$$
 Hc.

38.8. *a*)
$$p = 0$$
; *b*) $p = Mv_0$.

39.2.
$$F = m \sqrt{{\upsilon_1}^2 + {\upsilon_2}^2} / \tau$$
.

39.4.
$$\langle F \rangle = 2mv/\tau = 800 \text{ H}.$$

39.6.
$$N = mg(2v\sin\alpha/g\tau + 1)$$
.

39.8.
$$tg\beta = tg\alpha + g\tau/v_0\cos\alpha$$
.

40.1.
$$v_2 = (F\tau - m_1v_1)/m_2$$
.

40.3.
$$u = 2 \text{ m/c}$$
.

40.5.
$$v_2 = 9.2 \text{ m/c}, \beta = 48^{\circ}.$$

40.7.
$$N' = (M + m)g(1 + u \operatorname{tg} \alpha / g \tau)$$
.

41.2.
$$v = v_0/2$$
.

41.4.
$$u = 2ms/M\tau$$
.

41.6.
$$v_0 = [Mu - (M + m)u_0]/m\cos\alpha\cos\beta$$
.

42.1.
$$A = 100$$
 Дж.

42.3.
$$A = \vec{F} \cdot \vec{l} = F_x l_x + F_y l_y = 60$$
 Дж.

35.4.
$$r = R_3 \sqrt{g_0 \tau^2 / 2s}$$
.

35.6.
$$n = 6.2$$
.

35.8.
$$\Delta g = 0.034 \text{ m/c}^2$$
.

36.2.
$$v = \sqrt{g_0 R^2/(R+h)}$$
.

36.4.
$$h = \sqrt[3]{g_0 R^2 T^2 / 4\pi^2} - R$$
, $v = 2\pi (R + h)/T$.

36.7.
$$\rho = 3\pi/GT^2$$
.

37.2.
$$\eta = 4\pi^2 R/g_0 T^2$$
.

37.4.
$$P = m \sqrt{a^2 + g^2}$$
.

37.6.
$$k = \sqrt{1 + (v^2/2gL)^2} = 3.5.$$

37.8.
$$\rho = 3\pi/\eta GT^2$$
.

38.2.
$$\Delta \vec{p} = -m\vec{\upsilon}_0$$
.

38.4.
$$a \mid |\Delta \vec{p}| = mv \sqrt{2}$$
; $\delta \mid |\Delta \vec{p}| = 2mv$.

38.7.
$$p = mv(1 + \sqrt{2})$$
.

39.1.
$$\langle F \rangle = mg + mv_0/\tau$$
.

39.3.
$$m = |\Delta \vec{p}|/g\tau = 0.1 \text{ K}\text{T}.$$

39.5.
$$N' = N = mg(v/g\tau - 1)$$
.

39.7.
$$v_0 = (N' - mg)\tau/m\sin\alpha$$
, $F_{\text{TD}} = (N' - mg)\cot\alpha$.

40.2.
$$N = (M + m)g + mv\cos\alpha/\tau$$
.

40.4.
$$|\Delta \vec{p}| = mv \sin \alpha$$
, $F = mv \sin \alpha / \tau$.

40.6.
$$u = u_0 M/(M+m)$$
, $F_{TD} = mu/\tau$.

41.1.
$$v = 1$$
 m/c.

41.3.
$$v_2 = 2v_0 \cos \alpha$$
.

41.5.
$$u = m \sqrt{{v_0}^2 + v^2} / M$$
.

41.7.
$$v = M\sqrt{2sg\sin\alpha}/m\cos\alpha$$
.

41.8.
$$p_3 = 2p\cos(\alpha/2)$$
.

42.2.
$$A = T s \cos \alpha$$
, $A_{TD} = -A$.

42.4.
$$A = mgH$$
.

42.5.
$$N = 2\langle N \rangle = F(F - \mu mg)\tau/m$$
.

42.7.
$$N = mgv(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)/(1 + \mu \log\beta)$$
.

43.1.
$$K = 580 \text{ кДж.}$$

43.3.
$$m = p^2/2K$$
.

43.5.
$$A = mv^2/2$$
.

43.7.
$$\Delta K = A = mgH(1 - \mu tg\alpha)$$
.

44.1.
$$A_{\text{TSIM}} = \Pi_1 - \Pi_2$$
.

44.3.
$$A = Fx/2$$
, $A = \Pi = -A_{\text{np}}$.

44.5.
$$A_{y\pi} = -A_{TRJK} = -mgx_{m}$$
, $k = 2mg/x_{m}$.

44.6.
$$A = (\mu mg)^2/2k$$
.

45.1.
$$W = Fh$$
,

$$v = \sqrt{2h(F - mg)/m}.$$

45.4.
$$A_{\rm rp} = 0$$
.

45.5.
$$A_{TD} = -F_{TD}s'$$
.

45.6.
$$v = \sqrt{2\mu g l(1+m/M)}$$
.

45.8.
$$A_{HK} = mg(h - H), \eta = 1 - h/H.$$

46.2.
$$v = \sqrt{{v_0}^2 - 2gh}$$
.

46.4.
$$v \ge \sqrt{2gl}$$
.

46.6.
$$v_{\rm m} = \sqrt{gx_{\rm m}/2}$$
.

46.8.
$$h = N/\rho Qg\eta$$
.

47.2.
$$v_0 = \sqrt{\Delta U(m_1 + m_2)/2m_1m_2}$$
.

47.3.
$$H = Mv_0^2/2g(M+m)$$
.

47.5.
$$v_1 = \sqrt{k l_0^2 m_2 / 4 m_1 (m_1 + m_2)}$$
, $v_2 = v_1 m_1 / m_2$.

47.7.
$$u^2 = 2mgh/M(1+M/m\cos^2\alpha)$$
.

47.8.
$$s' = HM/\mu(M+m)$$
.

48.2.
$$\tau = 2(mv_0 - M\sqrt{2gh})/mg$$
.

48.5.
$$A = 3kl_0^2/2$$
.

42.6.
$$\langle N \rangle = -mgH/\tau$$
, $N_0 = -mgv_0 \sin \alpha$.

42.8.
$$N = 14 \text{ MBT}$$
.

43.2.
$$v = 4$$
 m/c.

43.4.
$$K = mgl\sin\alpha tg\alpha/2$$
.

43.6.
$$s = (v_2^2 - v_1^2)/2g$$
.

43.8.
$$A = -mgl$$
, $v = \sqrt{v_0^2 - 2gl}$.

44.2.
$$m \vec{g} \cdot \vec{l} = \Pi_1 - \Pi_2$$
.

44.4.
$$A_1 = -kx_m^2/2$$
, $A_2 = 3kx_m^2/8 = mv^2/2$.

44.7.
$$k = 2mg(H + \Delta l)/\Delta l^2$$
.

45.2.
$$A_c = -5.3$$
 МДж.

45.3.
$$W=K+\Pi_1+\Pi_2$$
, где Π_1 – пот. эн. взаимодействия тел системы, Π_2 – пот. эн. системы во внешнем поле.

45.7.
$$A_c = -mv_0^2/2 - mg(H+h)$$
.

46.1.
$$A = mv_0^2/2$$
, $E = \mu mgs$.

46.3.
$$\Delta U = -\Delta W = \mu mgs'$$
.

46.5.
$$v = \sqrt{2gl/3}$$
.

46.7.
$$v = \sqrt{2gl(1-\cos\varphi)}$$
.

47.1.
$$v = v_0(M-m)/(M+m)$$
, $u = v_0 2m/(M+m)$.

47.4.
$$H = m^2 v_0^2 / 2g(M + m)^2$$
, $\eta = m/(M + m)$.

47.6.
$$M/m = (v_0^2 + v^2)/(v_0^2 - v^2),$$

 $u = (v_0^2 - v^2)/\sqrt{v_0^2 + v^2}.$

48.1.
$$A = Mm(v')^2/2(M+m)$$
.

48.3.
$$T_1 = m(g + v_m^2/l),$$

 $T_2 = m(g - v_m^2/2l).$

48.6.
$$a = g\sqrt{5}$$
.

48.7.
$$v_0 = \sqrt{2gR/3}$$
.

49.1.
$$T_1 = mg tg \alpha$$
, $T_2 = mg/cos \alpha$.

49.3.
$$F \leq \mu mg/(\cos\alpha + \mu \sin\alpha)$$
.

49.5.
$$m = 3T\cos\alpha/g$$
.

49.7.
$$M = (\mu F_{\text{M}}/g - m)$$
.

50.1.
$$M_c = Fl \cos \alpha/2$$
.

50.3.
$$l = -M/F(\sin \alpha + \cos \alpha)$$
.

50.6.
$$x = [F_2l_1 - F_3(l_1 + l_2)]/(F_1 + F_2 - F_3).$$

50.8.
$$Q = mg \sqrt{1 + \mu^2}$$
, $x = (a - \mu b)/2$.

51.2.
$$x_c = 2a/3$$
.

51.4.
$$x_c = 5a/4$$
, $y_c = 3a/4$.

51.5.
$$x = R/6$$
.

51.8.
$$A = Mg(l-D)/2$$
.

52.2.
$$N_{1,2} = mg(L/2-l_{2,1})/(L-l_1-l_2)$$
.

52.4.
$$T = (Mg + 2mg)/2\cos\alpha$$
.

52.6.
$$tg\alpha_m = 1/2\mu$$
.

52.7.
$$H = a/2\mu$$
.

53.1.
$$p_0 = p_A + (mg + F\cos\alpha)/S$$
, $p_B = p_0 + \rho g(h_2 - h_4)$.

53.4.
$$x = h\rho_0/\rho$$
, $\Delta p = \rho gx/2$.

53.6. 1)
$$\Delta p = mg/S$$
,
2) $\Delta p = mg\rho_0/S\rho$.

54.1.
$$F_A = 100 \text{ H}, \ m = 10 \text{ кг}.$$

54.3.
$$\eta = 1 - \rho/\rho_0 = 0,1$$
.

54.5.
$$\rho = \rho_0 P_1 / (P_1 - P_2)$$
.

54.7.
$$V_1/V_2 = (\rho_2 - \rho)/(\rho - \rho_1)$$
.

55.1.
$$T = 1,3$$
 с, $v = 0,77$ Гц.

55.3.
$$T=4\pi$$
 с, $A=3$ м, $v=(1/4\pi)$ Гц.

55.6. 1)
$$x(t) = A\sin(2\pi t/T)$$
; 2) $x(t) = -A\sin(2\pi t/T)$.

56.1.
$$T = 0.63$$
 c.

56.3.
$$T=2\pi/\omega$$
, $k=m\omega^2$, $a_{\rm m}=A\omega^2$.

56.5.
$$\Delta l = gT^2/4\pi^2$$
.

48.8.
$$a' = \sqrt{2k(M+m)gH/Mm}$$
.

49.2.
$$\cos(\beta/2) = \cos(\alpha/2)T_1/T_2$$
.

49.4.
$$T = F/2\cos(\alpha/2)$$
.

49.6.
$$\mu_0 = m_1 \sin \alpha / (m_1 \cos \alpha - m_2)$$
.

49.8.
$$F_k = mgl_k/h$$
, $(k = 1; 2)$.

50.2.
$$M_{\rm T} = T l \cos \alpha$$
, $M_{\rm T} = -mg l$.

50.4.
$$F = M_{TD}/R$$
, $A = M_{TD}\varphi$.

50.7.
$$F = 30 \text{ H}, \ \beta = 55^{\circ}, \ x = 10 \text{ cm}.$$

51.1.
$$l = 2\Delta l$$
.

51.3.
$$x_c = l_2^2/2(l_1 + l_2),$$

 $y_c = l_1^2/2(l_1 + l_2).$

51.6.
$$x_c = y_c = z_c = 13a/28$$
.

52.1.
$$F = mg\cos\alpha/2$$
.

52.3.
$$F = mg/2(\sin\alpha + \cos\alpha)$$
.

$$\sqrt{(Mg/2)^2 + [(Mg/2) + mg]^2 tg^2 \alpha}$$
.

52.8.
$$\mu \geq \sqrt{3}$$
.

53.2.
$$\Delta p = \rho_0 g h = \rho g H$$
.

53.3.
$$F_1 = \rho ga$$
, $F_2 = F_1/2$.

53.5.
$$F_1 = 80 \text{ H}, F_2 = 60 \text{ H}.$$

53.7.
$$h=|m_1/S_1-m_2/S_2|/\rho$$
, $F_2=4$ кH.

53.8.
$$A = (p_0 S - mg)h$$
.

54.2.
$$S = m/h(\rho_0 - \rho)$$
.

54.4.
$$V_{\Pi} = m(2/\rho_0 - 1/\rho)$$
.

54.6.
$$n = m/(m - m_0)$$
.

54.8.
$$p = 6\rho_0 g h$$
. Het.

55.2.
$$N = vs/v$$
.

55.5.
$$x_1 = 12$$
 cm, $x_2 = 0$.

55.7.
$$\tau = 7T/12$$
.

55.8.
$$x^2 + y^2 = A^2$$
.

56.2.
$$m = kt^2/4\pi^2N^2$$
.

56.4.
$$v = v_0 \sqrt{\alpha \beta}$$
.

56.6.
$$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$$
.

56.7.
$$v_1/v_2 = 1$$
.

57.1.
$$l = gT^2/4\pi^2$$
.

57.3.
$$l_1/l_2 = n_2^2/n_1^2$$
. **57.5.** $T^2 = T_1^2 + T_2^2$.

57.5.
$$T^2 = T_1^2 + T_2^2$$

57.7.
$$\Delta l = 2l\Delta t/\tau$$
.

58.1.
$$W = K_{\rm m} = \Pi_{\rm m} = kA^2/2$$
, $v_{\rm m} = \omega A$.

58.4.
$$W = mgx_{\rm m}^{\frac{1}{2}}/2\Delta l$$
.

58.6.
$$W = K_{\rm m} = \Pi_{\rm m} = mgl\alpha_{\rm m}^2/2 = m\omega^2A^2/2, \ v_{\rm m} = \omega A.$$

59.1.
$$\lambda = v/v$$
.

59.3.
$$\tau = 2L/v$$
.

59.5.
$$v_2 = v_1$$
, $\lambda_2/\lambda_1 = v_2/v$.

59.7.
$$v_c = vH/\sqrt{H^2 - v^2\tau^2}$$
.

56.8.
$$T = 2\pi \sqrt{\Delta l / g}$$
.

57.2.
$$T = 2\pi/\omega$$
, $l = g/\omega^2$, $A = l\alpha_{\rm m}$.

57.4.
$$g = 9.811 \text{ m/c}^2$$
.

57.6.
$$N = 9$$
.

57.8.
$$\Delta t = \tau h/R$$
.

58.3.
$$W = 9$$
 мДж.

58.5.
$$m = kA^2/v_{\rm m}^2$$
.

58.7.
$$\alpha_{\rm m} = v_{\rm m}^2/gA$$
.

58.8.
$$W = m(2\pi v)^2 A^2/2$$
.

59.2.
$$T = \lambda/v$$
.

59.4.
$$v_{\rm c} = v_{\rm 3B}/{\rm tg}\alpha$$
.

59.6.
$$v_{\rm cr} = Lv_{\rm B}/(L - v_{\rm B}\tau)$$
.

59.8. *a*)
$$|r_1 - r_2| = k\lambda$$
,

6)
$$|r_1 - r_2| = (k - 1/2)\lambda$$
,
 $k = 1, 2, 3,...$