ПОТЕНЦИАЛ ПОЛЯ РАВНОМЕРНО ЗАРЯЖЕННОЙ СФЕРЫ

Получим выражение потенциала поля сферы радиуса R, равномерно заряженной зарядом Q, как функцию расстояния r до ее центра. Нулевое положение выберем на бесконечности. Возможны два случая.

1. Область снаружи сферы ($\boldsymbol{r > R}$).

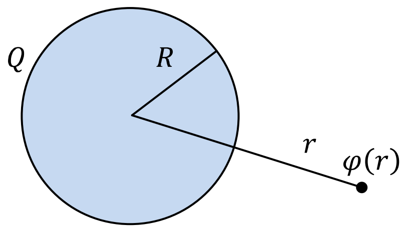

Рис. 1

В силу эквивалентности полей равномерно заряженной сферы и точечного заряда, напряженность поля в любой точке внешней области не изменится, если весь заряд сферы собрать в ее центре. Стало быть, не изменится и работа поля при движении пробного заряда по любой траектории во внешней области. А, значит, и выражение потенциальной энергии заряда $q_{\text{пр}}$ в поле заряда Q также не изменится.[1] Таким образом, потенциальная энергия взаимодействия пробного заряда, находящегося за пределами равномерно заряженной сферы и самой этой сферы определяется соотношением:

$$W(r) = k\frac{Qq_{\text{пр}}}{r}.$$

Тогда, по определению потенциала, для внешней области

$$\varphi(r) = \frac{W(r)}{q_{\text{пр}}} = k\frac{Q}{r}. \qquad (1)$$

1. Область внутри и на границе сферы ($\boldsymbol{r \leq R}$).

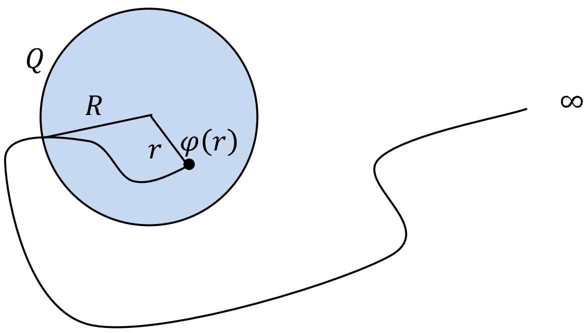

Рис. 2

При движении из внутренней области на бесконечность, заряд неизбежно пересечет границу сферы. Тогда его потенциальная энергия, по определению равная работе кулоновских сил $A_{r\to\infty}^{F_{\text{кул}}}$, разлагается в сумму

$$W(r) = A_{r\to R}^{F_{\text{кул}}} + A_{R\to\infty}^{F_{\text{кул}}}.$$

Но, так как внутри равномерно заряженной сферы напряженность равна нулю, то и $A_{r\to R}^{F_{\text{кул}}} = 0$. Стало быть, потенциал во всей внутренние области равен:

$$\varphi(r) = \frac{A_{R\to\infty}^{F_{\text{кул}}}}{q_{\text{пр}}} = \frac{W(R)}{q_{\text{пр}}} = k\frac{Q}{R}. \qquad (2)$$

---

[1] Поскольку траектория движения пробного заряда, согласно определению потенциальной энергии, должна оставаться произвольной, часть ее может проходить и через внутреннюю область. Но это не повлияет на величину потенциальной энергии (см. замечание в конце темы).

А это совпадает с потенциалом на границе сферы. Объединив (1) и (2), запишем общий вид потенциала сферы радиуса R, равномерно заряженной зарядом Q, как функцию расстояния до ее центра

$$\varphi(r) = \left[\begin{array}{l} k\dfrac{Q}{R}, \text{при } r \leq R; \\ k\dfrac{Q}{r}, \text{при } r > R. \end{array}\right. \tag{3}$$

График потенциала $\varphi(r)$ представлен на рис. 3.

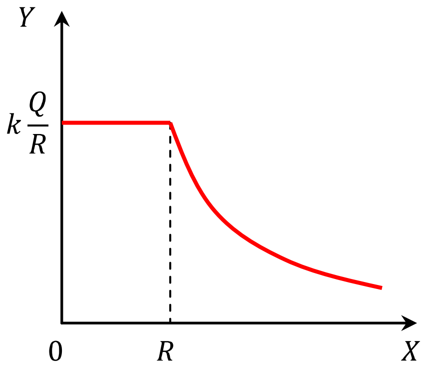

Рис. 3

Замечание. Как было отмечено в сноске, при $r > R$, часть траектории движения пробного заряда в нулевое положение может проходить и через внутреннюю область. Но, поскольку напряженность электрического поля в этой области равна нулю, то и работа поля при движении по данной траектории будет точно такой же, как если бы оно происходило только во внешней области. В свою очередь, при $r \leq R$, часть траектории может проходить во внешней области. Однако при возвращении во внутреннюю область пробный заряд будет иметь ту же потенциальную энергию, которая была у него при выходе во внешнюю область. Стало быть, работа поля при движении заряда во внешней области и в этом случае будет равна нулю.