ПОТЕНЦИАЛ ОДНОРОДНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Получим зависимость потенциала однородного электрического поля как функцию координаты, отсчитываемой вдоль оси, параллельной вектору напряженности.

Согласно определению, потенциальная энергия пробного заряда в однородном поле:

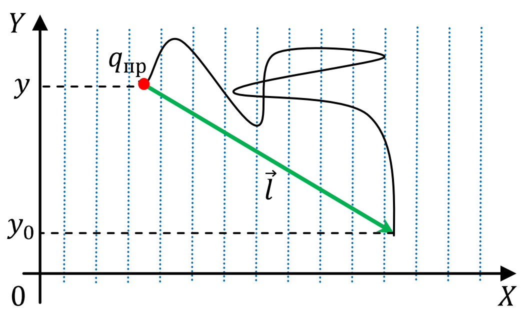

Рис. 1

$$W(y) = A^{F_{кул}}_{y\to y_0} = q_{пр}\vec{E}\vec{l} = q_{пр}(E_x l_x + E_y l_y).$$

Поскольку в выбранной системе координат $E_x = 0$, то

$$W(y) = q_{пр}E_y l_y = q_{пр}E_y(y_0 - y).$$

Учитывая что $q_{пр}E_y y_0 = const$, можем написать:

$$W(y) = -q_{пр}E_y y + C.$$

По определению потенциала

$$\varphi(y) = \frac{W(y)}{q_{пр}}$$

Тогда искомое выражение для потенциала имеет вид

$$\boldsymbol{\varphi(y) = -E_y y + C.} \qquad (1)$$

СВЯЗЬ МЕЖДУ НАПРЯЖЕННОСТЬЮ И ПОТЕНЦИАЛОМ

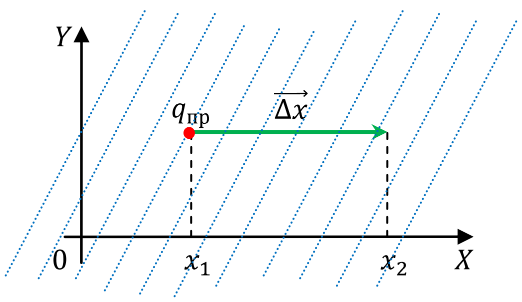

Рис. 2

Рассмотрим теперь однородное поле, силовые линии которого ориентированы произвольным образом относительно выбранной нами системы координат, но пробный заряд будем перемещать только вдоль оси X. В этом случае работа поля равна

$$A^{кул}_{x_1\to x_2} = q_{пр}\vec{E}\,\overrightarrow{\Delta x} = q_{пр}E_x\Delta x. \qquad (2)$$

С другой стороны, по определению потенциала

$$A^{кул}_{x_1\to x_2} = q_{пр}\big(\varphi(x_1) - \varphi(x_2)\big). \qquad (3)$$

Определение

***Частным приращением* функции по переменной x называется такое ее приращение, которое обусловлено изменением только одной этой переменной**

$$\boldsymbol{\Delta_x\varphi \stackrel{\text{def}}{=} \varphi(x_2; y; z) - \varphi(x_1; y; z)} \qquad (4)$$

Приравнивая (2) к (3) и используя (4), получим формулу, связывающую проекцию напряженности и приращение потенциала однородного электрического поля:

$$\boldsymbol{E_x} = -\frac{\Delta_x \boldsymbol{\varphi}}{\Delta \boldsymbol{x}}. \qquad (5)$$

Естественно, аналогичные соотношения имеют место и для других проекций вектора напряженности. Исходя из (5) легко видеть, почему единицей напряженности, помимо Н/Кл, является также и В/м.

Что делать если поле неоднородно? В этом случае можно рассмотреть область пространства, достаточно малую, чтобы поле можно было считать однородным. Тогда (5) примет вид

$$E_x = -\frac{d_x \varphi}{dx}.$$

Малое частное приращение принято записывать иначе, а именно:

$$\frac{d_x \varphi}{dx} \equiv \frac{\partial \varphi}{\partial x}. \qquad (6)$$

Смысл и идея (6) очень просты: нет необходимости указывать по какой переменной сообщается малое частное приращение, ведь эта переменная записана в знаменателе (6); а о том, что приращение является частным и малым говорит нам символ ∂. Таким образом

$$\frac{\partial}{\partial x} - \text{ малое частное приращение функции по переменной } x$$

Используя (6) запишем

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}; \qquad E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}; \qquad E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}. \qquad (7)$$

Но из проекций напряженности можно построить и сам вектор:

$$\vec{E} = -\left(\vec{\imath}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{\jmath}\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right). \qquad (8)$$

Таким образом, векторную характеристику электростатического поля можно полностью восстановить по его скалярной характеристике. Значит, вместо пространственного распределения трех величин, проекций вектора $\vec{E}$, нам достаточно знать распределения одной скалярной величины — потенциала электростатического поля; в нем содержится вся информация о векторе $\vec{E}$.

УГОЛ МЕЖДУ ЛИНИЕЙ НАПРЯЖЕННОСТИ И ЭКВИПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Определение

Область пространства, потенциал во всех точках которой имеет одно и то же значение, называется *эквипотенциальной.*

Как правило – это поверхность. Бывают и объемные эквипотенциальные области, например, внутри равномерно заряженной сферы. Мы рассмотрим область пространства, в которой напряженность не равна нулю.

Теорема

Если в некоторой области пространства существует электрическое поле, то его силовые линии пронизывают эквипотенциальные поверхности перпендикулярно этим поверхностям и направлены в сторону убывания потенциала.

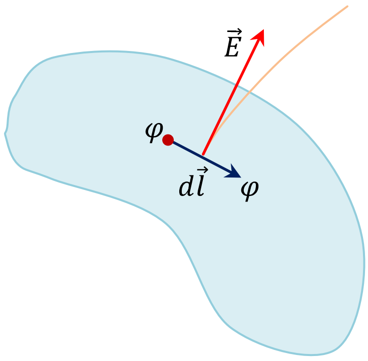

Рис. 3

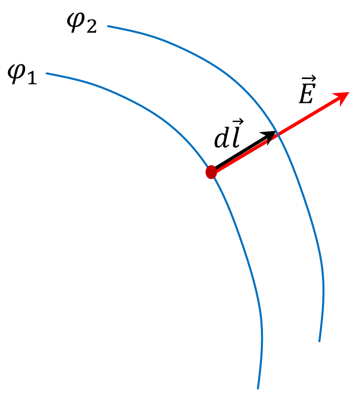

Рис. 4

▲ Рассмотрим малое перемещение пробного заряда вдоль эквипотенциальной поверхности. Работа электростатических сил, при этом, равна

$$q_{\text{пр}}\vec{E}d\vec{l} = q_{\text{пр}}(\varphi - \varphi) = 0$$

Отсюда и следует, что $\vec{E} \perp d\vec{l}$, то есть первое утверждение теоремы

Для доказательства второго утверждения переместим положительный пробный заряд между двумя близлежащими эквипотенциальными поверхностями в направлении силовой линии. В этом случае

$$A^{\text{кул}} = q_{\text{пр}}(\varphi_1 - \varphi_2) = q_{\text{пр}}Edl > 0.$$

Стало быть, $\varphi_1 > \varphi_2$, что и требовалось доказать

■