

ОСНОВЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Предисловие

Цель настоящей работы заключается в том, чтобы дать полноценное изложение основ специальной теории относительности читателю, приступающему к ее изучению, возможно, впервые. Поэтому автор вполне закономерно стремился к тому, чтобы читатель почувствовал именно физику СТО. Для этого я старался идти путем максимально близкого соприкосновения с конкретными ситуациями, чтобы получить, законы релятивистской кинематики непосредственно из них, а не из общих абстрактных принципов с упором на математику. В этом труде моим неизменным идейным вдохновителем уже в течение десятков лет является Сем Лилли, чей подход к преподаванию теории относительности, пожалуй, не имеет аналогов в мире. Тем не менее, со временем я пришел к собственному стилю изложения, адаптированному под реалии моей аудитории, состоящей из учеников физмат школ и студентов, у которых, по крайней мере, с элементарной алгеброй дела обстоят неплохо. Также я весьма признателен ученикам лицея «Вторая Школа» Даниле Байгушеву, Диме Турыгину и К°, за стремление к истине, настойчивость и каверзные вопросы, способствовавшие значительному улучшению методики преподавания. Насколько она получилась в итоге удачной, судить читателям.

Но прежде чем приступить к дальнейшему изложению, хотелось бы сделать следующее замечание. В здании современной физической науки специальная теория относительности является прочно устоявшейся дисциплиной. Тем не менее, она по сей день продолжает шокировать публику и даже вызывать отторжение явным несоответствием основных положений представлениям нашей повседневности. До сих пор можно встретить довольно агрессивное неприятие теории относительности, даже среди людей, принадлежащих к научному цеху. Как же тогда определиться в своем отношении к теории относительности тем, кто делает в ее изучении лишь первые шаги? Мне кажется, здесь очень важно, чтобы эти первые шаги были сделаны в верном направлении. Вот если, скажем, начать изучение теории относительности прямо с ее постулатов, они, скорее всего, покажутся искусственными и надуманными. Однако в науке ничего не придумывается просто так; если ученые приходят к определенной точке зрения, значит, на то есть веские причины. Чтобы понять их и лучше представить, «как народ дошел до такой жизни», нужно узнать историю этой жизни, коей в нашем случае является оптика. Поэтому, прежде чем приступить к изучению собственно теории относительности, хотелось бы провести небольшой экскурс в историю оптики. Мы начнем со времен зарождения этой науки и проследим за возникновением и развитием идей, приведших в начале XX в. к созданию специальной теории относительности.

1. Развитие представлений о природе света

Размышлять о природе света люди начали, наверное, уже тогда, когда вообще впервые задумались о природе вещей. Со временем эти размышления систематизировались, а их результаты стали применяться практически. Так уже в древнем Египте и Месопотамии был известен и применялся в строительных работах закон прямолинейного распространения света. В

античной философии эмпирические законы стали не только констатироваться, но и осмысляться с целью поиска их фундаментальных причин. Практически единственным экспериментальным материалом, при этом, был повседневный опыт. Если исследовать природу света таким преимущественно умозрительным путем, возникает целый ряд альтернатив. Свет распространяется от предмета в глаз или наоборот — мы как бы ощупываем предметы, лучами, исходящими из глаз? Процесс распространения света происходит с конечной скоростью или мгновенно? Для восприятия изображения предмета требуется посредник (в виде среды, лучей или частиц) или нет?... Наиболее древнее из дошедших до нас высказываний о природе света связывают с именем Пифагора (570 — 490 гг. до н. э.). Он полагал, что посредник есть: тела становятся видимыми благодаря испускаемым ими частицам. Таких же взглядов придерживался атомист Демокрит (460–370 гг. до н. э.). По сути воззрения Пифагора можно считать началом корпускулярной теории света. По поводу направления распространения света, как считается, впервые высказался Эмпедокл (около 492–432 гг. до н. э.). Он полагал, что свет распространяется от глаз к предмету, а также наоборот, причем, по крайней мере, последний процесс происходит не мгновенно. Гипотеза о конечности распространения света намного опередила свое время, и была подтверждена лишь две тысячи лет спустя. Платон, Евклид¹ и Птолемей (ок. 100 — 170 г. н. э.) в своих концепциях оставили лишь первый процесс, так сформировалась *теория окулярных пучков*. Дискуссия о направлении распространения световых лучей продлилась довольно долго и окончательно угасла только в Средние века. Причиной ее было, по всей видимости, то, что, несмотря на явную ошибочность с точки зрения физики², в теории окулярных пучков имеется своя психологическая правда. «Уперся взглядом», «пошарил глазами», «свет разума», «сияние глаз» — вот лишь немногие примеры фразеологизмов, отчетливо показывающих психологически активную роль субъекта в феномене зрения.

Против теории окулярных пучков активно выступал Аристотель (IV в. до н. э.). Правомочность критики здесь очевидна: «Если бы видение зависело от света, исходящего из глаза, как из фонаря, то почему бы нам не видеть в темноте? Предполагать, что свет гаснет, когда по выходе из глаза попадает в темноту, — бессмыслица». Аристотель считал свет проявлением некоей разряженной среды, называемой *пеллуцидом* и заполняющей все пространство. По его мнению, через эту среду передается определенного рода воздействие от объекта к глазу. «Заполнить» все мировое пространство средой Аристотеля, по всей видимости, вынудила его же идея о том, что природа не терпит пустоты, стало быть, даже кажущееся пустым пространство должно быть чем-то заполнено. В этой вездесущности пеллуцида отчетливо проступает образ светоносного эфира XIX в., но сходство не является полным. Так Аристотель пишет: «Эмпедокл и всякий другой придерживающийся такого же мнения, неправильно утверждали, будто свет передвигается и распространяется в известный промежуток времени между Землей и небесной твердью, нами же это движение не воспринимается... Ведь на малом расстоянии это движение могло бы еще остаться незамеченным, а это уже слишком большая претензия, чтобы оно оставалось незамеченным на протяжении от востока до запада» [De anima, II, 7, 418 в; 9, с. 56 — 57].

Таким образом, в античной философии, как ни удивительно, фактически обнаруживаются черты всех научных теорий оптики эпохи Возрождения. Но умозрительный характер античной мысли и практически полное пренебрежение к эксперименту, не позволили сделать выбор между

¹ Соответственно IV и III в. до н. э.

² Тем не менее, из этих ошибочных представлений вполне можно получить верные законы распространения и преломления света. Тут, выражаясь современным языком, свою роль играет принцип обратимости хода лучей, благодаря которому, для геометрической оптики безразлично, как движется свет — от глаза к предмету или наоборот.

альтернативами, в итоге вопрос о физической природе света так и завис на уровне дискуссий. В той или иной степени ситуация была сходной и в других областях античной науки, что, вполне возможно, стало одной из причин краха древнего общества. Добитый варварами греко-римский мир надолго погрузился во тьму Средневековья. В науке наступил «ледниковый период».

Но ничто не длится вечно. Малу-помалу Европа начала просыпаться от сна разума, на горизонте забрезжила заря Возрождения. Она была вызвана к жизни целым рядом политических экономических и социальных причин, останавливаться на которых здесь нет возможности. Отметим лишь роль арабского Востока, сохранившего и развившего античное наследие. Европейские варвары, открыли его для себя, в том числе и благодаря Крестовым походам — война принесла пользу науке, так бывало не раз. Освобожденная от догматических пут мысль Европы не только возрождала традиции великих мыслителей Античности, но и пошла дальше, осознав роль опыта, как отправного пункта и конечного критерия истины. Постепенно формировалась наука в ее современном понимании. И здесь мы узнаем старых добрых персонажей, знакомых нам из Античности. Леонардо да Винчи (1452 — 1519) высказывает предположения о волновой природе света: «Вода, ударяясь водою, образует вокруг места удара круги; звук — на далекое расстояние в воздухе, еще больше — огонь».[11] Но на чем или в чем образует «круги» огонь? Идея светоносного эфира лежала, что называется, на поверхности.

Сторонником же корпускулярной теории света был Иоганн Кеплер (1571 — 1630). При этом он, подобно большинству античных мыслителей, считал, что свет распространяется мгновенно.

Декарт (1596 — 1650) полагал свет волновым процессом в эфире. Но последовательно провести эту точку зрения Декарт не смог: при выводе законов отражения и преломления он пользовался представлением о свете как о потоке частиц. Таким образом, Декарта можно считать автором первой версии теории корпускулярно волнового дуализма света. Однако в 1665 г. (уже после смерти автора) увидела свет работа Гримальди (1618— 1663), в которой он впервые описал опыт по наблюдению явление *дифракции* света проходящего через маленькое круглое отверстие. По размерам и характеру светового пятна (наличию в его структуре полос) Гримальди определил, что оно никак не может быть получено из известных на то время законов геометрической оптики. В свою очередь Гюйгенс (1629 — 1695) решил задачу отражения и преломления света, объяснив эти законы на основе принципа, названного впоследствии его именем. По результатам Гюйгенса отношение синусов углов падения и преломления равно отношению скоростей падающей и преломленной волны. Убежденным сторонником эфирно-волновой теории был также известный оппонент Ньютона Роберт Гук (1635 — 1703).

В 1676 году Олаф Рёмер измерил-таки скорость света, установив тем самым, что она хоть и очень велика, но все же конечна — гениальная догадка Эмпедокла через две с лишним тысячи лет была подтверждена. Предпосылка для совершения открытия была, опять же, весьма практической: в XVII в. весьма актуальной оставалась проблема определения географической долготы, а надежных хронометров, способных пережить морскую качку, создано еще не было. После открытия Галилеем спутников Юпитера, он в 1612 г. предложил применить для определения долготы эти «небесные часы». Кстати Галилей предложил и лабораторный способ измерения скорости света, но технически он был неосуществим в его время (это стало возможным лишь в 1849 г., благодаря эксперименту А. Физо). Проводя наблюдения затмений спутников Юпитера, Рёмер заметил, что моменты затмений сдвигаются во времени в зависимости от положения Земли на орбите: когда Земля находится ближе к Юпитеру, моменты затмений наступают раньше, а когда Земля находится дальше от Юпитера — отстают. Если скорость света конечна, то максимальное время запаздывания — это как раз время, необходимое свету для преодоления диаметра земной орбиты. По вычислениям, Рёмера скорость света оказалась равна

220 000 км/с, что с учетом инструментальных возможностей и имевшихся на тот момент данных о величине земной орбиты вполне удовлетворительно. Важным здесь было не точное значение, а сам факт конечности скорости света и порядок ее величины. Но свет может иметь конечную скорость независимо от того, частица это или волна. Поэтому опыт Рёмера никак не сдвинул чаши весов в пользу волновой или корпускулярной теории.

В 1727 г. английский астроном Джеймс Брайдлей (Бредли) установил, что наблюдаемая с Земли звезда γ -Дракона описывает в течение года эллипс с большой полуосью приблизительно в 20". Брайдлей предположил, что наблюдаемое движение обусловлено относительным движением Земли и звезды и конечной скоростью света. Не сильно погрешив против истины, относительное движение Земли и звезды можно свести к движению Земли по орбите. В таком случае все достаточно удаленные звезды, расположенные в направлении оси земной орбиты, будут описывать эллипсы практически одних и тех же угловых размеров, независимо от удаления. Наиболее понятной аналогией будет падение капель дождя на стекла боковых окон движущегося трамвая: можно заметить, что капли оставляют на стеклах косой след, хотя, когда трамвай стоял на остановке, они падали прямо. Это простое следствие классического закона сложения скоростей. Земля — это трамвай, а корпускулы света — очень быстро падающие капли. Вот и приходится наклонять телескоп, чтобы «поймать» свет звезды, хотя на самом деле она — над головой.

Корпускулярная теория света прочно ассоциируется у нас с именем Исаака Ньютона (1642—1727). На самом деле это не совсем так: подобно Декарту Ньютон занимал дуалистическую позицию, он допускал возможность волновой интерпретации световых явлений, считая свет потоком частиц, действующих на эфир и вызывающих в нем колебания. Однако трудности, возникавшие в волновой теории при попытках объяснить прямолинейность распространения света и двойное лучепреломление, казались Ньютону настолько серьезными, что побудили его развивать корпускулярную теорию. Здесь Ньютон остался верен себе, предпочтя гипотезам работающую теорию. И она вполне удовлетворительно справлялась с описанием и объяснением определенного круга явлений, объясняя их простым и понятным образом. В частности Ньютоном также был получен закон преломления света, правда, отношение синусов углов в нем было обратно отношению соответствующих скоростей, что противоречило закону Гюйгенса. Но так как скорость света в среде никто еще тогда не измерил, установить, кто ошибся, было на тот момент невозможно. Успехи корпускулярной теории давали надежду, что когда-нибудь ее средствами удастся одолеть и все остальные оптические явления. А волновая теория не могла удовлетворительно справиться даже с самым элементарным — прямолинейностью распространения света. В итоге к XVIII в. корпускулярной теории придерживалось подавляющее большинство ученых.

Но прошло столетие, а удовлетворительных «корпускулярных» объяснений волновым эффектам так и не было найдено. Французская академия наук, учредила на 1818 г. премию за лучшее объяснение дифракции. Молодой ученый Огюстен Френель выдвинул на соискание свою работу, объясняющую явление, однако, с волновых позиций. Работу рассматривала комиссия в составе пяти известных ученых, трое из которых были убежденными сторонниками корпускулярной теории, рассчитывать на их благосклонность Френелю не приходилось. Тем не менее, теория Френеля настолько хорошо соответствовала эксперименту, что просто отвергнуть ее было невозможно. В конце концов, она была признана верной и Френелю присудили премию. В рамках теории Френеля получило объяснение и прямолинейное распространение света. С тех пор чаша весов стала склоняться в пользу волновой теории. А в 1850 г. Фуко и независимо от него Физо и Бреге сравнили скорости света в воде и воздухе: первая оказалась меньше. Физики XIX

века восприняли это как решающий опыт, окончательно доказавший ошибочность корпускулярной теории света.

Но почивать на лаврах было рано. К примеру, с волновых позиций теперь следовало объяснить хотя бы ту же звездную aberrацию. И объяснение было найдено: Френель предположил, что эфир свободно проходит сквозь Землю. Тогда скорость света относительно Земли будет складываться из скорости эфира относительно Земли и скорости света относительно эфира. Кинематически расчет делается точно также как и в корпускулярной теории. Физикам не давало покоя также явление поляризации. Его можно легко объяснить, если считать, свет поперечными волнами. Тогда объясняется и двойное лучепреломление, если предположить, что показатель преломления ряда кристаллических тел зависит от направления колебаний эфира относительно кристалла. Обычно таких выделенных направлений два, вот и получается, что луч преломляясь распадается на 2 луча: в каждом из них световой вектор будет колебаться вдоль одного из выделенных направлений. Однако поперечные волны могут распространяться лишь в твердом теле. А как может быть эфир твердым телом, если он свободно проходит сквозь Землю??? Эфиру пришлось приписать свойства, мягко говоря, необычные с позиций повседневного опыта. Теория все еще работала, но постепенно она теряла свое важное и удобное качество — наглядность.

Тем временем нечто грандиозное назревало в совсем другом конце здания физики. Речь идет об электромагнитных явлениях. До XIX в. здесь тоже господствовала парадигма Ньютона: по аналогии с законом всемирного тяготения электрические и магнитные силы считались дальнодействующими. Закон Кулона трактовался как типичный пример дальнодействия. Но тут в мир физики вошел Майкл Фарадей (1791 — 1867). Он не получил специального образования и не знал, как правильно трактовать закон Кулона, про теорию дальнодействия он, видимо, слышал, но она была ему не близка. Фарадей также открыл закон электромагнитной индукции (названный впоследствии его именем), объяснив его с позиций взаимодействия зарядов посредством *электромагнитного поля*. Конкретно в законе ЭМИ³ переменное магнитное поле порождает вокруг себя вихревое электрическое поле, а то уже воздействует на заряды, вызывая индукционный ток в проводнике. Джеймс Клерк Максвелл (1831 — 1879), придал всем известным на то время законам электродинамики вид четырех элегантных уравнений, названных впоследствии в его честь. Из них в частности следовала возможность электрическому и магнитному полю порождать друг друга, и этот процесс, в виде волны, способен распространяться в пространстве. Данный вывод был успешно подтвержден в экспериментах Герца. Теория Максвелла предсказывала и скорость распространения электромагнитной волны; к великому удивлению она идеально совпала со скоростью света. Это очень легко проверить; согласно расчетам теории, скорость электромагнитной волны в вакууме обратна корню из произведения электрической и магнитной постоянной:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \sqrt{\frac{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2 \cdot \text{Кл}^2}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{А}^2}}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Совершенно справедливо совпадение было найдено не случайным. А если так, то нельзя ли свести электромагнитные явления к процессам в эфире? Справедливости ради нужно заметить, что, в принципе, можно было сделать и наоборот, то есть попытаться свести световые явления к электромагнитным. Однако теория эфира уже прочно устоялась к тому времени. Все бы ничего, но в электромагнитной теории Максвелла возникает простой вопрос: в какой системе отсчета

³ Точнее в его частном случае.

скорость света равна $3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$? С позиций эфира ответ очевиден: скорость света может являться константой лишь относительно эфира, во всех остальных системах отсчета нужно применять закон сложения скоростей. Таким образом, эфир представляет собой тело отсчета, выделенное даже среди инерциальных. Но уравнения Максвелла по своей структуре ничего подобного не предполагают. Физикам снова нужен был критический эксперимент.

Таким экспериментом сегодня считается опыт Майкельсона—Морли⁴. На самом деле все сложнее. Идея эксперимента состояла в том, что Земля, вращаясь вокруг собственной оси и Солнца, не может покоиться относительно эфира. Тогда можно взять световой луч, распространяющийся в направлении движения Земли относительно эфира, и с помощью полупрозрачного зеркала расщепить его на два луча, один из которых, движется в прежнем направлении (*продольный луч*), а другой отклоняется на 90° (*поперечный луч*). Пройдя далее одинаковые пути, оба луча отражаются и в результате снова сходятся в одной точке (рис. 1). Путем несложных вычислений можно показать, что время распространения лучей будет разным:

для продольного луча оно окажется больше в $1/\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ раз, где v и c – скорости соответственно

Земли и света относительно эфира⁵. Поэтому, когда световые волны, распространяющиеся вдоль этих лучей, снова сойдутся в точке наблюдения, они могут погасить или усилить друг друга, в зависимости от скорости Земли относительно эфира. Это явление наложения волн друг на друга называется *интерференцией*, поэтому и прибор Майкельсона называли *интерферометром*. При всей своей простоте идея, однако, может показаться неосуществимой. Мы ведь не знаем заранее, в каком направлении Земля движется относительно эфира, и, следовательно, не ясно, как должен быть ориентирован в пространстве интерферометр. Однако, вследствие суточного вращения Земли, оба луча будут вращаться вместе с установкой, и, следовательно, результат их интерференции в точке наблюдения, будет меняться в течение суток. Майкельсон решил этим воспользоваться поначалу успех эксперимента почти не вызывал сомнений. К великому сожалению ученых, все опыты не дали желаемого результата: суточные колебания интерференционной картины вполне объяснялись суточными колебаниями температуры и

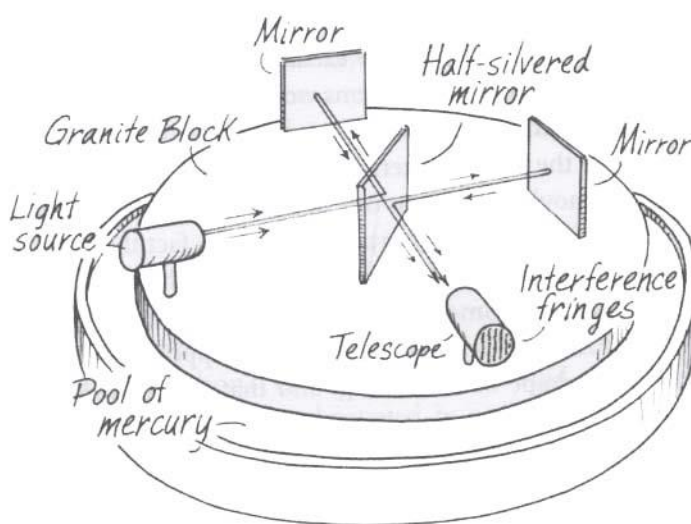


Рис. 1. Эксперимент Майкельсона—Морли

⁴ Точнее это была серия экспериментов, поставленных сначала Майкельсоном, а затем в сотрудничестве с Морли в 80-х годах XIX в.

⁵ Кинематически эта задача эквивалентна хорошо известной школьникам задаче о времени движения самолета из пункта *A* в *B* и обратно в случае продольного и поперечного ветра.

другими факторами, не имеющих отношения к движению Земли относительно эфира.

Для объяснения отрицательного результата опыта Майкельсона—Морли было высказано предложение о том, что, двигаясь сквозь эфир, Земля, увлекает его за собой. Тогда эфирный ветер не был обнаружен, потому что вблизи поверхности земли его попросту нет. Но это противоречило объясняющей звездную аберрацию гипотезе Френеля. Однако Стокс (1819 – 1903) сумел построить теорию увлекаемого эфира, объяснявшую и звездную аберрацию. Однако Лоренц (1853 — 1928) показал, что в увлекаемом Землей эфире должны возникать завихрения, и тогда звездная аберрация снова необъяснима. Поэтому он предложил считать эфир все же неувлекаемым, а для объяснения результата опыта Майкельсона выдвинул смелую и довольно таки оригинальную гипотезу: тела движущиеся, относительно эфира сжимаются, причем ровно в такое число раз, чтобы продольный и поперечный лучи в установке Майкельсона достигали точки встречи одновременно. То есть сокращение должно быть в то же самое $1/\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ раз.

Итак, объяснение было найдено. Но устроило оно не всех. Дело в том, что получалась, вообще говоря, странная ситуация: свет представляет собой упругие волны в эфире, который не увлекается никакими телами, но их движение относительно эфира, при этом, нельзя обнаружить. Так нельзя ли тогда устранить из теории и сам эфир? Именно это вначале XX в. и предложил сделать Эйнштейн, именно в этом смелом шаге состоит сущность специальной теории относительности. Основы СТО были изложены Эйнштейном в его знаменитом труде «К электродинамике движущихся тел», опубликованном в 1905 г. С точки зрения вычислительной подход Эйнштейна не дал ничего нового: теория Лоренца ведь объяснила все имевшиеся на тот момент факты. Нельзя также сказать, что теория Лоренца в целом принципиально сложнее теории относительности. Единственное, что имеет место, и что на наш взгляд, достаточно серьезно — это принципиальная необнаружимость эфира в теории Лоренца. И если ВСЕ выглядит так, что эфира нет, то вполне правомерно считать, что его действительно нет. Данный подход в физике не является абсолютно последовательным. Так, например, физика элементарных частиц использует гипотезу кварков, из которых состоит целый класс «элементарных» частиц, хотя сами кварки не существуют в чистом виде. Однако в отличие от эфира здесь все выглядит так, как будто бы кварки есть. Но точно ли нет необходимости в эфире? Как могут распространяться волны без среды? К счастью электродинамика Максвелла допускает такую возможность. Скорость электромагнитной волны, о которой выше шла речь — это скорость распространения колеблющихся электрического и магнитного полей путем порождения ими друг друга: переменное магнитное поле рождает вокруг себя электрическое поле, а переменное электрическое поле, в свою очередь, порождает магнитное. И если первичное (скажем, магнитное) поле будет колеблющимся (волновым) то и порожденное им электрическое поле также будет колеблющимся и т. д. Таким образом, в эфире, похоже, действительно нет необходимости. Но остается еще вопрос о системе отсчета, в которой скорость распространения света равна c . Если нет эфира, то скорость света не к чему привязать, тогда единственным ответом будет — **скорость света равна c в любой системе отсчета**. ЭТО ОЧЕНЬ И ОЧЕНЬ СТРАННО... Это полностью противоречит закону сложения скоростей, вытекающему из нашего повседневного опыта. Нельзя ли все-таки как-нибудь построить теорию, без столь экзотических постулатов? И такая попытка была предпринята. В 1908 году Вальтер Ритц предположил, что свет это все же частицы - *реоны*, внутри которых происходит волновой процесс. Корпускулярно волновой дуализм 3.0? По сути — да. Теория Ритца получила название баллистической, тем самым подчеркивалось, что движение реонов подчиняется законам классической механики. При этом баллистическая теория Ритца (БТР) объясняла и отрицательный результат опыта Майкельсона—Морли, и звездную аберрацию, и волновые свойства света. Также она однозначно и вполне

классически отвечала на вопрос о том, в какой системе отсчета скорость света равна c : очевидно она такова лишь относительно источника света. Поэтому, если приемник движется относительно источника, то, в соответствии с классическим законом, скорость света относительно приемника будет иной. Основываясь на этом, в 1913 г. де Ситтер поставил эксперимент по проверке БТР. Он наблюдал движение звезд двойной системы, плоскости орбит которых близки к плоскости земной орбиты. Если условия эксперимента выполнены, то каждая звезда системы должна то удаляться от Земли, то приближаться к ней (центр масс системы, будем считать неподвижным). Тогда, согласно БТР, скорость света относительно Земли также будет колебаться, благодаря этому, движение звезд системы будет выглядеть неравномерным. Никакой неравномерности де Ситтер не обнаружил, что свидетельствовало в пользу точки зрения Эйнштейна и Лоренца. Однако впоследствии эксперимент де Ситтера подвергся критике на том основании, что, поскольку межзвездное пространство, все же не полностью лишено вещества, до земли доходит не первоначальный свет от звезд, а переизлученный атомами межзвездного газа – уже со скоростью c . Однако Молчанов и Бонч-Бруевич поставили аналогичный опыт (аж в 1956 г.!), измеряя скорость света, испущенного из диаметрально противоположных точек солнечного диска (подобно планетам, Солнце тоже вращается вокруг своей оси). Радиус земной орбиты значительно меньше расстояний до звезд, но и этот опыт дал отрицательный результат. На чисто качественном уровне невозможно сказать, достаточно ли мал радиус орбиты Земли, чтобы переизлучением можно было пренебречь. Однако на сегодня против БТР имеются возражения иного рода, речь о которых пойдет ниже.

Такова, вкратце, история развития представлений о природе света. Она, конечно же, неполна. Опущен целый ряд деталей, например, опыт Миллера, вклад Пуанкаре, современные критические эксперименты. Но в целом контуры, на наш взгляд, набросаны верно, что может послужить читателям неплохим отправным пунктом, для дальнейших самостоятельных изысканий.

2. Основные постулаты СТО и их ближайшие следствия

В конце первой главы мы упомянули о том, что уравнения электродинамики Максвелла не привязаны ни к какой выделенной системе отсчета. Тем самым мы по сути дела, подошли к *принципу относительности Эйнштейна*, на котором базируется Специальная теория относительности. Сформулируем его теперь явно:

В любой инерциальной системе отсчета все механические и электромагнитные явления описываются одной и той же системой физических законов.

Таким образом, принцип относительности Эйнштейна является принципом относительности Галилея, распространенным и на электромагнитные явления. Его постулирование становится возможным благодаря отказу от гипотезы эфира, поскольку все ИСО теперь становятся абсолютно равноправными. Из принципа относительности, вкупе с уравнениями электродинамики Максвелла, как мы уже понимаем, вытекает независимость скорости света от системы отсчета. Однако, утверждение о постоянстве скорости света, возможно в силу его принципиальности, было сформулировано отдельным постулатом. Следуя традиции, сформулируем и мы его отдельно:

Скорость распространения света в вакууме имеет одно и то же значение во всех инерциальных системах отсчета.

Мы ограничились инерциальными системами отсчета, поскольку СТО имеет дело только с ИСО. Однако и в рамках общей теории относительности скорость света в вакууме имеет одно и то же значение во всех системах отсчета, а не только инерциальных.

Утверждение об одинаковости скорости света во всех ИСО, как было уже сказано, выглядит весьма необычным. И если читатель ранее не вникал в сущность теории относительности, то на наш взгляд, в подавляющем большинстве случаев, возможны лишь две на него психологические реакции: либо вы считаете данный постулат лишенным всякого смысла бредом умалишенного, либо из ранее изложенного вы просто ничего не поняли. В последнем случае внимательно перечитайте еще раз главу 1, стараясь глубже вникнуть в ее содержание. Ну, или просто оставьте это бессмысленное занятие. Мы же продолжим.

Реакция типа «бред умалишенного» является вполне адекватной и ожидаемой: в повседневной жизни подобные вещи со скоростью мы наблюдаем не часто. И тут интуиция, «заточенная» под наш повседневный, опыт оказывается совершенно бесполезной; единственное, на что мы можем рассчитывать — это логика. Только с ней возможны первые шаги в мир СТО. По мере того как мы будем осваиваться в нем, интуиция начнет оправляться от шока, станет работать в новой реальности, подсказывая нам верные шаги. Но это будет потом. Пока же — только логика, пусть даже вопреки здравому смыслу. Итак, приступим.

Парадокс одновременности

Первый логический (мысленный) эксперимент, который хотелось бы провести, будет следующим⁶. Рассмотрим наблюдателя A , сидящего на середине стержня PQ (все происходит в глубоком космосе, рис. 2). На концах стержня происходят вспышки, свет от которых одновременно достигает наблюдателя A . Руководствуясь постулатом о постоянстве скорости света, A делает вывод о том, что вспышки в P и Q произошли одновременно. Однако в момент фиксации света от вспышек наблюдателем A , мимо него с постоянной скоростью в направлении от P к Q пролетает наблюдатель B . Естественно, он тоже фиксирует свет от вспышек. И рассуждает следующим образом: «Когда произошли вспышки, я находился не посередине стержня, а в точке B_0 , которая ближе к P . Но свет от вспышек движется ко мне с одинаковой скоростью (не важно, как движутся концы стержня после вспышек, единственное значение имеет расстояние от них до меня на момент вспышек). То есть свет от Q прошел расстояние QB_0 , а свет от P , двигаясь с той же

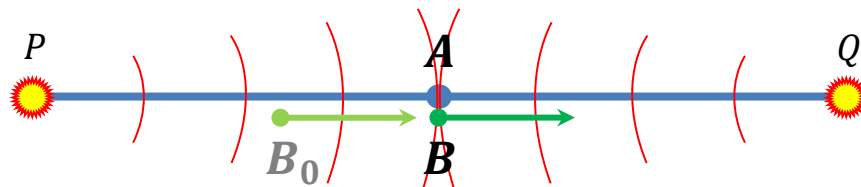


Рис. 2. Парадокс одновременности

⁶ Взято из книги С. Лилли «Теория относительности для всех». Но в изложении внесены некоторые изменения, существенно усиливающие элемент провокационности.

скоростью, — расстояние $PB_0 > QB_0$. Но как же в таком случае он достиг меня от обеих вспышек одновременно?»

Вот в этом, собственно и состоит парадокс. Он способен ввести в ступор даже человека, который, вообще говоря, дружен с логикой. И это происходит буквально на первых шагах в изучении теории относительности. Тут возникает, пожалуй, не только ступор, но и серьезные сомнения в здравости ума, ее породившего☺

Ну а все-таки, давайте попробуем отбросить эмоции и рассудить чисто логически, что мы имеем. Лично я бы сформулировал 4 утверждения и попробовал оценить их критически:

- 1) Свет обеих вспышек достигает наблюдателя B одновременно;
- 2) Вспышки произошли одновременно;
- 3) Вспышки происходили, когда B был ближе к P чем к Q ;
- 4) Свет от обеих вспышек движется к B с одинаковой скоростью;

Давайте попытаемся понять, а не может ли какое-либо из этих утверждений быть некорректным? Не нужно жалеть времени на попытки. Даже, если уйдет не один день — оно того стоит!

Решение.

Полагая, что на решение парадокса было потрачено достаточно сил и времени, продолжим. Двигаясь с одинаковой скоростью и преодолев разные расстояния, свет вспышек может достичь B одновременно, если... событие Q произошло раньше, чем к P . Но как же так, ведь они же произошли одновременно!? Это для A одновременно, а для B — нет. Что и говорить, вывод обескураживающий. Но, если вдуматься, логических противоречий здесь нет. Вспомним закон логики: «Нельзя утверждать и вместе с тем отрицать одно и то же об одном и том же в одном и том же смысле». Отец логики, Аристотель, был в этой науке, видать, весьма искушенным и отлично осознавал важность деталей, в которых, как известно, прячется дьявол, и которые способны радикально изменить смысл. И у нас как раз есть детали, делающие смысл утверждений разным. Это уточнение о наблюдателе, по отношению к которому мы определяем последовательность событий. Благодаря ему, утверждение «события P и Q одновременны для A » уже не является тождественным утверждению «события P и Q одновременны для B ». Поэтому утверждение «события P и Q одновременны для A » не противоречит утверждению «события P и Q не одновременны для B ». С точки зрения логики здесь все безупречно.

Еще раз сформулируем вывод:

Для наблюдателя B вспышки произошли не одновременно: Q произошла раньше P .

Парадокс одновременности, без преувеличения, — дверь в мир относительности. Все дальнейшие «чудеса» вряд ли будут более удивительными, чем он. С другой стороны, если парадокс одновременности не понят, то есть ли шанс на понимание того, что будет дальше...?

Существует еще один вариант парадокса одновременности, он абсолютно строго изложен в гениальном советском фильме: [«Что такое теория относительности»](#). Пожалуй, этот вариант даже проще для восприятия. Но им труднее вогнать человека в логический тупик, выход из которого феерическим инсайдом взрывает сознание, и после этого уже невозможно остаться прежним.

Прежде, чем двинуться дальше, стоит рассмотреть еще один идеологически важный парадокс. Итак, для B событие Q произошло раньше, чем P . Но, если взять наблюдателя C ,

движущегося в направлении, противоположном скорости B , то для него последовательность событий будет обратной. Но что, если Q является причиной P , не приходим ли мы к выводу, что, меняя направление движения, мы можем менять причину и следствие местами?

Принцип причинности, является базовым постулатом абсолютно любой науки, поэтому приносить его в жертву теории относительности означало бы рубить ее же основание. Другое дело, что стоит различать логическую и хронологическую причинность, но не исключено, что последняя — это просто физическое проявление первой. Возможно, каким-то, пока не вполне понятным образом, причинные связи между событиями определяют направление хода времени. У нас же, буквально с первых шагов время стало весьма растяжимым и сжимаемым, но можно ли повернуть его вспять? Восстановим еще раз ход мысленного эксперимента. Распространяясь от вспышек, свет, к моменту достижения наблюдателя A покрывает только половину длины стержня. Следовательно, световой сигнал не может быть импульсом, посредством которого осуществлялась бы причинно-следственная связь между P и Q . Следовательно, если скорость света является предельной скоростью передачи информации и движения материи, причинно-следственная связь между P и Q невозможна. Поэтому зависимость их временной последовательности от направления движения наблюдателя не противоречит принципу причинности. Другое дело, если допустить существование сверхсветовых частиц, *таххионов*⁷, тогда вопрос остается. Но на данный момент мы не можем дальше углубляться в эту тему, желающие могут исследовать ее самостоятельно, кое-что есть в моей статье, под названием [«Тахионы»](#).

Замедление хода движущихся часов

Выполним второй мысленный эксперимент. Допустим, наши потомки построили гигантский космический корабль, способный разогнаться его до околосветовой скорости v , чтобы совершить полет к звездам. Путешествие длилось годы, а заняться космонавтам особо было нечем. И вот как-то раз, пролетая мимо базы землян, космонавт решил проверить, как влияет скорость корабля на ход его часов. Для этого он направил луч лазера перпендикулярно зеркалу, расположенному на противоположном борту корабля, и измерил время, за которое свет дойдет до зеркала и, отразившись, вернется к нему обратно. Это же время измерили и земляне. Как видим из рис. 3, путь света для землян равен $2AD$, для космонавта — $2BD$, а путь самого космонавта для землян равен $2AB$. Будучи гипотенузой, $AD > BD$. Но как это может быть, если скорость света для землян и космонавта одна и та же? Неизбежный ответ снова весьма необычен: **время движения света для космонавта меньше, чем для землянина**. И на этот раз мы рассчитаем полученный эффект количественно. Для этого нужно лишь записать теорему Пифагора для треугольника ADB . После умножения на 4 имеем:

$$c^2 t^2 = v^2 t^2 + c^2 \tau^2,$$

где t — время движения луча для землянина, τ — время движения этого же луча для космонавта. Отсюда получаем формулу описывающую релятивистский эффект замедления хода движущихся часов:

⁷ Существование тахионов, в принципе, не противоречит теории относительности, поскольку постоянство скорости света еще не означает ее максимальности.

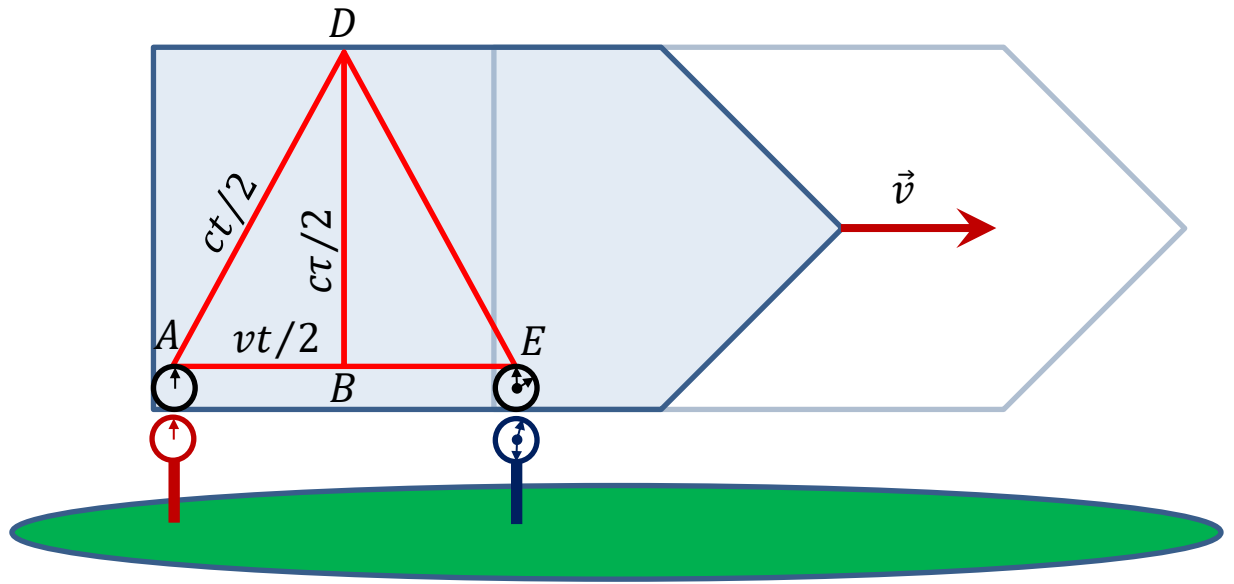


Рис. 3. Замедление хода движущихся часов

$$\tau = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (1)$$

Допустим, все это действительно так. Результат получен на основе постулата о постоянстве скорости света, который, как мы помним, вытекает из эйнштейновского принципа относительности. Но в силу принципа относительности, системы отсчета ракеты и базы землян совершенно равноправны, и в системе отсчета ракеты двигаться со скоростью v будет база. Тогда, если проделать аналогичный эксперимент на базе, можно прийти к выводу о том, что часы на базе идут медленнее, чем в ракете. Не есть ли это внутреннее противоречие, которое рубит теорию относительности, практически на старте?

По опыту своего преподавания теории относительности могу сказать, что додуматься до того, что времена t и τ отличаются, еще возможно, а вот понять причины возникшей в связи с этим проблемы, гораздо труднее. Тем не менее, я предлагаю, как и раньше, по возможности взять паузу и какое-то время подумать.

Решение парадокса заключается в том, что хотя, как наблюдатели, космонавт и земляне совершенно равноправны, способы измерения времени у них разные. Посмотрите еще раз на рис. 2: сколько часов (в смысле, хронометров) нужно космонавту, чтобы измерить время τ ? Всего одни, поскольку отраженный луч вернется в исходную точку пространства. А вот землянину, как ни старайся, одним хронометром не обойтись. Для него ведь посыл и прием луча произошли в разных точках пространства! Конечно, он может бежать за космонавтом, не отставая, но тогда это будет уже способ измерения космонавта, а не землянина. Вот, собственно, и решение парадокса времен⁸.

Формализуем теперь полученный результат. Для этого удобными будут определения.

⁸ Быть может, его стоило бы назвать парадоксом часов, но за этим словосочетанием уже закреплен другой смысл, оно является синонимом парадокса близнецов.

Промежуток времени между событиями, произошедшими в одной точке пространства, называется *собственным временем* между этими событиями.

Промежуток времени между событиями, произошедшими в разных точках пространства, называется *несобственным временем* между этими событиями.

Вывод:

Собственное время между двумя событиями всегда меньше несобственного времени между этими событиями.

Наглядно полученный результат можно представить так: если в точке E космонавт сбросит свои часы на базу, то на базе обнаружат, что они отстали. При этом, конечно, предполагается, что хронометры у всех абсолютно одинаковы, и в точке A часы базы и космонавта показывали одно и то же время⁹. Как ни удивительно это звучит, подобный эксперимент был поставлен, и во многом благодаря самой природе. Элементарные частицы, мюоны, рождаются, при столкновениях, космических лучей, с веществом в верхних слоях земной атмосферы и с релятивистскими скоростями мчатся к поверхности земли. Мюоны нестабильны и по пути распадаются. В каком-то смысле внутри мюона тикают его собственные часы, отмеряющие время жизни — его собственное время. Но для земных лабораторий это время будет уже несобственным и, значит, оно будет больше. Тогда до земли долетит, больше мюонов, нежели этого следовало бы ожидать, если время жизни мюона и для землян считать собственным. Собственное же время жизни мюона мы знаем, потому, что медленные мюоны получают в земных лабораториях. Для выполнения эксперимента на разной высоте над уровнем моря были установлены детекторы мюонов. Их данные оказались в блестящем соответствии с (1). Здесь есть повод вспомнить о баллистической теории Ритца: поскольку в ней справедлив классический закон сложения скоростей, никаких эффектов замедления времени из БТР не вытекает. А, значит, мюонный эксперимент подтверждает точку зрения Эйнштейна, а не Ритца.

Парадокс времен 2

Итак, на данный момент, мы получили удивительные временные релятивистские эффекты, не обнаружив никаких противоречий. Однако, если присмотреться внимательней к теме движущихся часов, можно найти еще один парадокс. Суть его в следующем. С точки зрения космонавта, все часы землян движутся, следовательно, каждый хронометр на базе, относительно системы отсчета космонавта идет замедленно. Почему же тогда пара «замедленных» для космонавта хронометров, намерила время, которое по сравнению с собственным временем космонавта оказалось бóльшим? Сделаем ситуацию еще более ясной. Поскольку момент возврата лазерного импульса к космонавту землянин определяет по синим часам, будем следить только за ними. Так вот с точки зрения космонавта они все время идут медленнее, чем с точки зрения землянина, поскольку показывают собственное время у последнего. Но в момент фиксации космонавтом отраженного импульса показания синих часов каким-то фантастическим образом оказываются бóльшими показаний часов космонавта! Бред!

...Думаем, думаем, думаем....

⁹ Естественно, в силу принципа относительности, аналогичный сброс часов, с тем же результатом можно провести и с базы на корабль.

Решение.

Посмотрим на рис. 4: он отражает точку зрения космонавта, только теперь у него имеются еще одни часы. Для того чтобы измерить время движения луча, землянину необходимо синхронизировать красные часы с синими. То есть, к примеру, ноль часов они должны показывать у землян одновременно. Но мы теперь знаем, что события, одновременные для землян, уже не будут таковыми для космонавта: синий хронометр, с его точки зрения, покажет ноль часов раньше, чем красный. А когда красный покажет ноль часов, синий уже покажет больше. Вот это изначальное опережение показаний синего хронометра, по сравнению с красным (для космонавта, опять же) в итоге должно дать эффект, больший, чем отставание собственного хода синего хронометра.

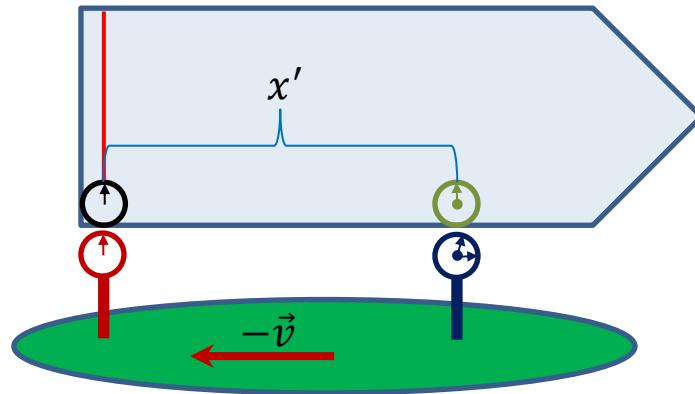


Рис. 4. К вычислению сдвига одновременности

Более того, теперь мы можем рассчитать этот эффект количественно. То есть мы рассчитаем разницу во времени между пространственно разобщенными событиями, о наличии которой шла речь в парадоксе одновременности.

Итак, согласно сказанному, имеет место равенство:

$$t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \tau \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + \Delta t. \quad (2)$$

Первое слагаемое в правой части (2) — это промежуток собственного времени, измеренный синими часами, между пролетами над ним зеленых и черных часов космонавта. Второе слагаемое как раз определяет временной сдвиг, необходимый для того, чтобы правая часть (2) давала в итоге несобственное время землянина t . После несложных преобразований имеем:

$$\Delta t = \frac{\frac{v^2}{c^2} \tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (3)$$

Но $v\tau = x'$ — это расстояние между часами космонавта. Таким образом, окончательно

$$\Delta t = \frac{\frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (4)$$

Сокращение движущихся тел

Самыми трудными в теории относительности являются именно первые шаги. Следующие уже даются легче. Эффект, который нам нужно сейчас рассмотреть – хороший тому пример. Зададимся еще раз вопросом по поводу эффекта замедления времени, только теперь сформулируем его следующим образом: почему время движения часов космонавта, между парой часов землянина с точки зрения космонавта оказалось меньшим, хотя скорость космонавта относительно землянина, в силу принципа относительности, такая же, как и скорость землянина относительно космонавта.

Думаем, думаем....

Ответ: очевидно расстояние l между часами землянина, с точки зрения космонавта меньше, чем с точки зрения землянина. Причем ровно во столько раз, во сколько различаются собственное и несобственное время:

$$l = \lambda \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (5)$$

Здесь λ – расстояние между часами для землянина. Если бы часы были соединены стержнем, то для космонавта он представлялся бы сокращенным в соответствии с (5). Причем это не связано с какой-либо упругой деформацией: стержень сокращается просто потому, что он движется и только в той системе отсчета, где движется, для землянина его длина никак не меняется и не зависит от движения космонавта. Таким образом, (5) определяет сокращение движущихся тел в направлении движения. Аналогично временному эффекту сформулируем определения и вывод.

Длина тела в системе отсчета, где оно покоится, называется *собственной длиной*.

Длина тела в системе отсчета, где оно движется, называется *несобственной длиной*.

Вывод:

Собственная длина тела всегда больше его несобственной длины, измеренной в направлении движения.

Несложно показать, что поперечные размеры тела не меняются при его движении. Для этого можно представить стержень и точно подогнанную к нему по диаметру прорезь. Если, к примеру, поперечные размеры стержня при движении относительно прорези увеличились бы, то он не смог бы пройти сквозь прорезь. Однако, тогда в СО стержня увеличится диаметр прорези, значит препятствия для прохождения не будет. Аналогично приходим к противоречию, предположив, что поперечные размеры движущегося тела уменьшаются.

В заключение заметим, что, как видим из (1), (4) и (5), пространственные и временные релятивистские эффекты практически незаметны при $v \ll c$. Мы постепенно начинаем понимать, почему в обыденной жизни мы их не замечаем¹⁰.

¹⁰ Заметить, однако, можно, надо только знать, где искать. Так магнитное взаимодействие, с которым мы сталкиваемся повседневно и повсеместно, является не чем иным, как проявлением релятивистских эффектов, причем в мире крайне малых скоростей.

3. Преобразования Лоренца

Пусть ИСО K' движется с постоянной скоростью v вдоль оси X ИСО K (рис. 5). Пусть далее стержень собственной длины λ покоится в K' , его левый конец находится в начале координат, а правый имеет координату x' . Пусть в системе K в момент t правый конец стержня имеет координату x . И, наконец, пусть в нулевой момент времени, по часам, расположенным в началах координат систем, эти начала координат совпадали. Тогда, используя, (5) проводим очевидную цепочку преобразований:

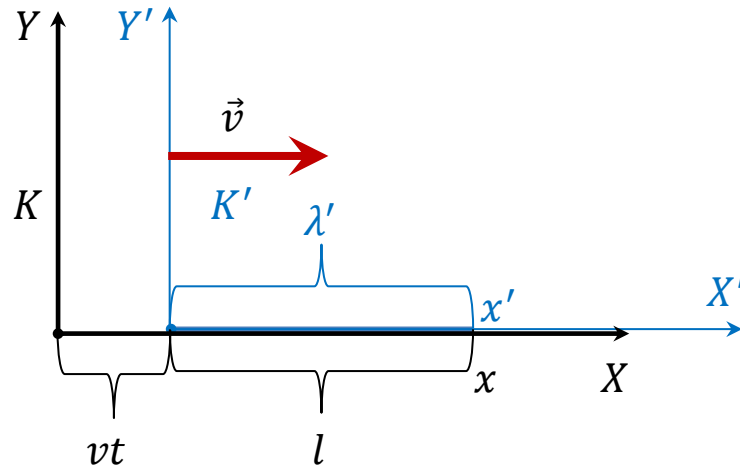


Рис. 5. Преобразование Лоренца для координаты. В действительности, конечно же $\lambda' > l$, но отразить этот факт на рисунке проблематично.

$$x' = \lambda = \frac{l}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

Таким образом,

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (6, а)$$

Соотношение (6) называют *преобразованием Лоренца* для координаты x . Как следует из замечания, сделанного в конце предыдущей главы, остальные пространственные координаты не меняются при переходе в K' :

$$y' = y \quad (6, б)$$

$$z' = z \quad (6, в)$$

Обратное преобразование Лоренца для координаты можно получить аналогичным путем, только стержень теперь надо закрепить в K . Но можно написать его и сразу, исходя из принципа относительности: в силу равноправия инерциальных систем отсчета, обратное преобразование

должно иметь вид, аналогичный прямому, с той лишь разницей, что, поскольку K движется относительно K' влево, перед скоростью должен быть другой знак. Таким образом,

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (7, a)$$

В связи с преобразованием Лоренца может возникнуть очередной вопрос-парадокс: почему при выводе прямого преобразования мы брали стержень неподвижный в СО K , а при выводе обратного — в СО K' ? Ведь, кажется, можно поступить и наоборот, тогда, как нетрудно увидеть, получим преобразования с корнем в числителе, а не в знаменателе. Предлагаем читателям самостоятельно ответить на этот вопрос.

Дальше нам следует получить преобразования Лоренца для времени. Для этого можно рассмотреть (6, а) и (7, а) как систему и решить ее относительно t' и t . Но можно действовать более физическим способом, а именно задействовать временные соотношения (1) и (4). Для этого рассмотрим рис. (6). Как и в предыдущем случае синим цветом изображаем объекты неподвижные в K' , теперь это будут еще и часы, а также связанные с ними величины. А вот черными фигурными скобками изобразим не расстояния, а промежуток несобственного времени t_0 , за который начало K' сместилось на некоторое расстояние, а также временной сдвиг Δt в

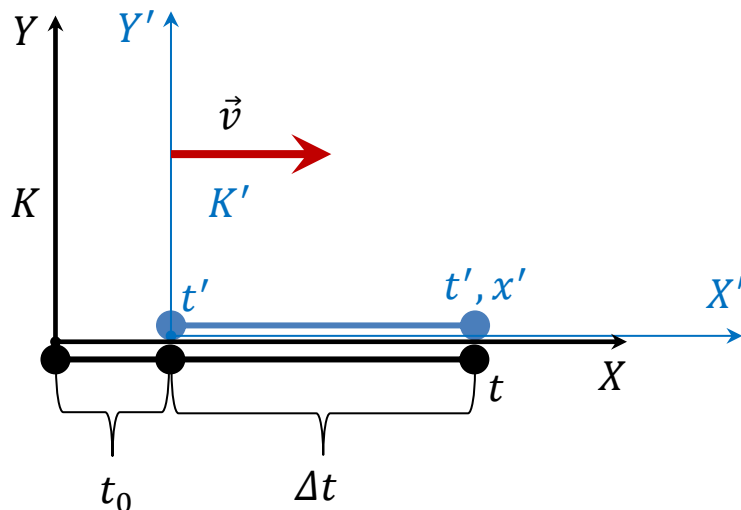


Рис. 6. Обратное преобразование Лоренца для времени.

системе K между событиями, одновременными в K' . Он определяется из (4). Далее, согласно (1),

$$t_0 = \frac{t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Тогда показания правых часов системы K

$$t = t_0 + t'.$$

Таким образом, обратное преобразование Лоренца для времени имеет вид:

$$t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (7, \text{г})$$

Прямое преобразование Лоренца можно получить аналогичными рассуждениями, либо из принципа относительности. Очевидно, оно выглядит следующим образом:

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (6, \text{г})$$

Таким образом, преобразования Лоренца позволяют найти пространственно-временные координаты события в интересующей нас системе отсчета, если они известны в другой системе отсчета, движущейся относительно первой с постоянной скоростью, вдоль одной из ее координатных осей. При $v \ll c$ преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея:

$$x' = x - vt, \quad (8, \text{а})$$

$$y' = y \quad (8, \text{б})$$

$$z' = z \quad (8, \text{в})$$

$$t' = t. \quad (8, \text{г})$$

Тем самым выполняется принцип соответствия СТО классической кинематике, последняя сводится к предельному частному случаю СТО.

4. Релятивистский закон сложения скоростей

Поскольку на данный момент мы преодолели все донимавшие нас парадоксы, с законом сложения скоростей особых трудностей не должно возникнуть. Тем не менее, с идеологической точки зрения этот закон весьма важен, поскольку именно на нем мы можем поставить «критический эксперимент» по проверке постулата о постоянстве скорости света.

Итак, пусть некое тело в СО K' движется со скоростью $\vec{u}'$ (рис. 7). Нам нужно определить проекции его скорости в СО K . Для начала из преобразований Лоренца найдем приращения

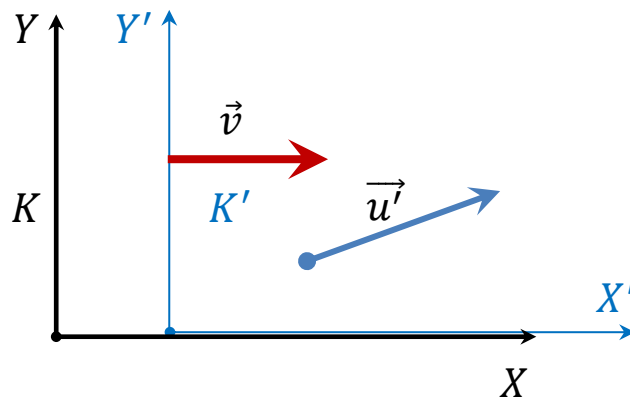


Рис. 7. Релятивистский закон сложения скоростей

координат и времени:

$$dx = \frac{dx' + v dt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (9, a)$$

$$dy' = dy, \quad (9, б)$$

$$dz' = dz, \quad (9, в)$$

$$dt = \frac{dt' + \frac{v}{c^2} dx'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (9, г)$$

Тогда

$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dt'} \bigg/ \frac{dt}{dt'}, \quad (10, a)$$

$$u_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dt'} \bigg/ \frac{dt}{dt'}, \quad (10, б)$$

$$u_z = \frac{dz}{dt} = \frac{dz}{dt'} \bigg/ \frac{dt}{dt'}. \quad (10, в)$$

Далее находим отношения:

$$\frac{dx}{dt'} = \frac{u'_{x'} + v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (11, a)$$

$$\frac{dy}{dt'} = u'_{y'}, \quad (11, б)$$

$$\frac{dz}{dt'} = u'_{z'}, \quad (11, в)$$

$$\frac{dt}{dt'} = \frac{1 + \frac{v}{c^2} u'_{x'}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (11, г)$$

Подставляя (11) в (10), получаем искомые соотношения, определяющие релятивистский закон преобразования скоростей:

$$u_x = \frac{u'_{x'} + v}{1 + \frac{v}{c^2} u'_{x'}}, \quad (11, a)$$

$$u_y = \frac{u'_{y'} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c^2} u'_{x'}}, \quad (11, a)$$

$$u_z = \frac{u'_{z'} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c^2} u'_{x'}}. \quad (11, a)$$

Легко видеть, что при $v \ll c$ полученные соотношения переходят в классический закон сложения скоростей, снова удовлетворяя принципу соответствия.

И в завершение, как было обещано, проверим полученный закон на предмет соответствия постулату о постоянстве скорости света. Ограничимся самым простым случаем, при желании, можно поэкспериментировать с более сложными ситуациями самостоятельно. Итак, пусть в K' свет распространяется вдоль оси OX' , то есть $u'_{x'} = c$, $u'_{y'} = u'_{z'} = 0$. Тогда, согласно (11)

$$u_x = \frac{c + v}{1 + \frac{v}{c^2} c} = c,$$

$$u_y = u_z = 0.$$

Таким образом,

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} = c,$$

что и требовалось доказать.

ИСТОЧНИКИ

1. <http://www.myshared.ru/slide/204900/>
2. http://www.laserportal.ru/content_7
3. <http://ru.science.wikia.com/wiki/%D0%98%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F%D0%BE%D0%BF%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B8>
4. <http://rushist.com/index.php/greece-rome/758-empedokl#c5>
5. http://www.xliby.ru/istorija/drugaja_istorija_nauki_ot_aristotelja_do_nyutona/p7.php
6. http://alexandr4784.narod.ru/1_1.htm
7. http://www.illuminator.ru/article_221.html
8. <http://centant.spbu.ru/sno/lib/asmus/2-3.htm>
9. <http://www.distedu.ru/mirror/fiz/optics.ifmo.ru/demo/lec1/lec1-2.htm>
10. http://www.berl.ru/article/kletka/minim/optika_evklida_i_ptolemea.htm
11. <http://leovinci.ru/optics/>
12. http://www.mediagnosis.ru/HISTORY/HTML/LITER/HRESTOM/G/Grimaldi_01.html
13. <http://www.istmira.com/drugoe-razlichnye-temy/5337-kratkaya-istoriya-optiki.html>
14. https://ru.wikipedia.org/wiki/%C8%E7%EC%E5%F0%E5%ED%E8%E5_%F1%EA%EE%F0%EE%F1%F2%E8_%F1%E2%E5%F2%E0_%D0%B8%EC%E5%F0%EE%EC
15. http://bono-esse.ru/blizzard/A/Fiz/evol_predstavl_o_prirode_sveta.html
16. http://ether-wind.narod.ru/Stokes_1845/