

# Дискуссия о законах Ньютона

Михаил Голодняк, лицей 1511, г. Москва,  
Сергей Кокарев\*, РНОЦ "Логос", Ярославль

## Аннотация

Дискуссия посвящена вопросу о статусе законов Ньютона и основных понятий классической механики.

## 1 Введение (Сергей Кокарев)

В лекциях [1] обсуждался статус законов классической механики Ньютона и ее основных динамических понятий — силы и массы, определения которых в рамках классической механики периодически являются предметом дискуссий и споров. В лекциях были высказаны соображения, которые привели автора лекций к выводу о том, что законы Ньютона не являются положениями, допускающими экспериментальную проверку, свободную от логического круга или методологических неясностей. В связи с этим, была предложена точка зрения на законы Ньютона как на принципы — наиболее общие правила нашего мышления об окружающем нас механическом мире, которые устанавливаем мы сами, опираясь на соображения научно-философского характера. При этом была подчеркнута особая роль первого закона Ньютона, который является ключом к пониманию некоторых геометрических тенденций развития современной физики. При обсуждении второго закона Ньютона рассматривались два подхода, которые по разному решают проблему определения силы и массы. Согласно одному из них (теория физических структур Ю.И.Кулакова), законы механики можно сформулировать только в терминах ускорений, т.е. наблюдаемых величин. Согласно другому, массу можно свести к силе в рамках 4-мерного пространства времени СТО. Статус третьего закона Ньютона анализировался с позиций аксиоматики Нолла-Трусделла, в которой этот закон является отражением общих принципов суперпозиции и аддитивности сил.

Предлагаемая Вашему вниманию дискуссия является письменным вариантом реальной дискуссии по вопросам, затронутым в лекциях [1], которая первоначально имела устный и электронно-почтовый вариант.

## 2 Открываем законы Ньютона (Михаил Голодняк)

*Сделал, что мог, пусть другие сделают лучше.*

Исаак Ньютон<sup>1</sup>

### 2.1 Первый: закон, или принцип?

Думаю, ни у кого не возникнет особых возражений, если в качестве самого завершеного и логически безупречного раздела физики выбрать механику Ньютона. Три простых закона плюс формулы конкретных сил: на этом фундаменте можно выполнить математически точный расчет практически любых механических явлений. При этом, разумеется, надо учитывать, что:

---

\*logos-center@mail.ru

- 1) Любая физическая теория имеет ограниченную область применимости;
- 2) Не все задачи, даже если они корректны, допускают решение в общем виде.

Однако, пускай с этими оговорками, классическая механика остается одним из самых успешных примеров практического применения науки, если не самым успешным вообще.

Так чего можно тут открыть, к тому же в законах Ньютона? Открывать законы Ньютона в наше время — это, почти что, ломиться в открытую дверь. К тому же, как гласит английская пословица, "не чините то, что не сломано". И все же, прецедент существует. Так, не столь еще давно, школьникам часто задавался вопрос: в каких системах отсчета верны законы Ньютона? Ну со вторым, вроде бы, все ясно — в инерциальных (ИСО), хотя это условие можно включить в саму формулировку. Но как же третий? Разве при переходе в неинерциальную (НСО) систему отсчета закон Гука изменит свой вид? Или сила тяжести перестанет быть равной  $m\vec{g}$ ? Как известно, сила взаимодействия в механике Ньютона от выбора системы отсчета не зависит. А с первым законом и вовсе какая-то чепуха получается: инерциальные системы отсчета существуют в инерциальных системах отсчета. Абсурд! Тем не менее, в учебнике для 10 класса школ с углубленным изучением физики мы читаем:

Заметим также, что не только первый, но и второй и третий законы Ньютона выполняются только в инерциальных системах отсчета<sup>2</sup>.

Между тем, причины недоразумения легко понять, если обратиться к истории. Дело в том, что, формулируя законы механики, Ньютон вовсе не использовал понятие системы отсчета, да у него в этом, похоже, не было и необходимости. Не будем забывать, что Исаак Ньютон был не только физиком, но и теологом. Он полагал, что пространство заполнено Богом и является его чувствилищем. Стало быть, согласно Ньютону, существует то, что мы назвали бы выделенной системой отсчета. Таким образом, Ньютон, хотя и не использовал понятие системы отсчета явно, по сути дела, формулировал свои законы в системе отсчета, связанной с Богом. При этом формулировка первого закона принципиально отличалась от современной и выглядела следующим образом:

Всякое тело продолжает удерживаться в своем состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения, пока и поскольку оно не принуждается приложенными силами изменять это состояние [4].

Абсолютное пространство и время Ньютона позже, по-видимому, были отождествлены с ИСО, что и привело к появлению утверждения о выполнении законов Ньютона только в этих системах отсчета. Если исходить из оригинальной формулировки первого закона, то это утверждение будет верным для всех законов, кроме третьего. Но ведь в таком случае (еще один известный парадокс!) первый закон является, даже не следствием — частным случаем второго. Неужели сам Ньютон этого не видел? Нам трудно утверждать на сей счет что-либо наверняка. Однако вряд ли вызывает сомнения, что подобная акцентуация на данном частном случае сыграла немаловажную роль в преодолении взглядов Аристотеля, согласно которым, для поддержания всякого насильственного движения постоянно необходима сила. Ньютон здесь просто довершил начатое Галилеем. Стало быть, сэр Исаак Ньютон, при всем к нему уважении, никак не может быть автором современной формулировки первого закона Ньютона, названного так, скорее, в честь заслуг великого ученого. Прецедент пересмотра основных положений классической механики, притом успешный, таким образом, действительно существует. Цель же данной статьи я вижу гораздо скромнее. Она родилась из дискуссии на тему законов Ньютона и состоит в том, чтобы, насколько это возможно, **определить статус законов динамики, а также определить основные динамические понятия, содержание которых, зачастую, раскрывается не достаточно полно и четко.**

---

<sup>2</sup>А. А. Пинский, Физика 10 (4-е издание) [2]. Я ни в коей мере не хочу умалить достоинств этой книги, она до сих пор является базовым учебником для физико-математических лицеев. Но, как говорится, из песни слов не выкинешь.

Начну, пожалуй, с первого закона. Каждый год, во время изучения темы "Динамика" я привожу ученикам лицея №1511 при МИФИ следующее коротенькое "доказательство" первого закона Ньютона. Рассмотрим тело (материальную точку), про которую точно известно, что на нее не действуют никакие силы со стороны других тел, либо эти силы скомпенсированы. В системе отсчета, связанной с этим телом, оно всегда будет сохранять свою скорость. Таким образом, инерциальная система отсчета существует. Первый закон Ньютона доказан. . .

Я провожу этот своеобразный тест каждый год. Но до сих пор, ни один десятиклассник так и не сказал мне, что в формулировке первого закона перед существительным "тело" пропущено прилагательное "любое" (по всей видимости, оно там подразумевается, но я действительно не понимаю, почему бы не включить его в формулировку явно?). Когда это упущение все-таки осознано, я рисую следующую мысленную картину. Возьмем какое-либо небесное тело, допустим, Землю, а также метеориты, летящие к ней с разных сторон. Каждый метеорит движется с ускорением свободного падения, вектор которого соответствует положению метеорита. А теперь представим, что Земля вдруг исчезла, а метеориты. . . продолжают двигаться с такими ускорениями, как будто Земля осталась на месте.

— Можно ли в этом случае ускорения метеоритов объяснить действием силы? — задаю я вопрос. И, надо сказать, к чести моих десятиклассников, в ответ, обычно, я получаю довольно твердое, хотя и хоровое: "Нет!". Но тогда, согласно первому закону Ньютона, должна найтись такая система отсчета, в которой ускорения всех небесных камней равны нулю. В то же время ясно, что никаким выбором системы отсчета невозможно одновременно обнулить все ускорения. Так вот, оказывается, причем здесь "любая": первый закон говорит нам о том, что ситуация, подобная обрисованной выше, невозможна в принципе<sup>3</sup>.

И вот, недавно, на встрече, посвященной 15-летию выпуска нашего курса, я встретил Сергея Кокарева, и мы разговорились, как ни странно, "за физику". Среди прочего речь шла и о законах Ньютона. Вот тут-то я и узнал, что никакие это не законы, а, оказывается — принципы. Что такое принципы, думаю, лучше объяснит Сергей Кокарев. Согласно его точке зрения, **принципы невозможно ни подтвердить, ни опровергнуть в принципе**. Именно так! Никаким экспериментом! И это про законы Ньютона? Я был в шоке, по двум противоположным причинам:

1) Непосредственно от услышанного;

2) От того, что есть человек, с кем можно обсудить интересные мне вопросы физики, от которых многие коллеги, зачастую почему-то предпочитают отмахиваться.

Возникшая дискуссия вскоре приняла электронно-почтовый вид. Объем корреспонденции все более разрастался, в итоге Сергей Кокарев предложил мне изложить свое видение проблемы на страницах этого сборника. Таким образом, данной статье предшествовало энное число логических шагов и мне нет смысла делать вид, что на данный момент я не знаю некоторых контраргументов против моего опыта с "Землей". Один из них таков. Введем в рассмотрение систему отсчета, стягивающуюся к центру "Земли" с ускорением свободного падения. В ней каждый метеорит будет сохранять свою скорость. Это и есть искомая ИСО, хотя и несколько необычная для классической механики. . .

Прежде, чем сделать ответный ход, я введу, для удобства, некоторые термины. Ситуацию, подобную опыту с "Землей", я назвал *пространственной аномалией*. Далее, если воспрепятствовать метеориту двигаться свободно, то, по идее, мы обнаружим некий эквивалент действия силы, — назовем ее *нетелесной*. И, наконец, внутренне противоречивое построение, в рамках которого не выполняется некоторое утверждение, следуя Попперу, назовем *фальсификацией*. Используя первый термин, можно сформу-

<sup>3</sup>Конечно, в инерциальной системе отсчета ускорения метеоритов, даже без учета действия исчезнувшей Земли, не должны быть равными нулю — есть ведь еще Солнце, планеты и много других тел во Вселенной. Но данное обстоятельство не играет принципиальной роли поскольку, им нельзя объяснить наличие в ускорениях всех метеоритов составляющей, направленной к центру "Земли".

лизовать следующую гипотезу: **выбором надлежащего закона деформации системы отсчета можно устранить любую форму пространственной аномалии.** Если гипотеза верна, то **первый закон Ньютона можно рассматривать в качестве принципа**, я этого не отрицаю. Кстати, относительно чего деформируется пластичная система отсчета? Здесь закачиваются известные мне контраргументы против моей фальсификации первого закона Ньютона, поэтому дальше я выдвину их сам: пластичная система отсчета стягивается относительно той СО, в которой наблюдается пространственная аномалия. В свою очередь "жесткая" система отсчета растягивается относительно пластичной, таким образом, эти системы равноправны.

Немного приглядевшись, однако, можно заметить, что здесь не все гладко. Для дальнейшего удобства введем в рассмотрение еще и марсиан. Их цивилизация, хотя и сформировалась в несколько иных условиях, по основным параметрам схожа с земной. У них есть наука, в том числе механика — они отлично представляют себе, что такое инерциальная система отсчета. И вот марсиане направили свой межпланетный аппарат прямо в центр аномалии<sup>4</sup>, чтобы исследовать, что же там происходит. На борту есть радар и, разумеется, компьютер, с помощью которых пилоты могут получить законы движения и траектории всех метеоритов. И — природу не обманешь — они-таки увидят камни, летящими прямо на них, притом с ускорением и, скорее всего, немедленно поспешат убраться восвояси. Но одно дело — конкретная ситуация и совсем другое — теория, разрабатываемая марсианскими теоретиками в тиши марсианских кабинетов. Высоколобый абориген, внимательно выслушав все еще бледных от испуга только что примарсившихся соотечественников, почешет лысину и, не без иронии, скажет:

— Что же вы, господа-космонавты, свели почти на нет усилия ваших же коллег, готовивших полет! Заверяю вас, никакой пространственной аномалии нет и быть не может! Метеориты, как мы и предполагали, все время оставались на месте. Другое дело, что, по всей видимости, в данном секторе пространства имеет место аномалия электромагнитная. Суть ее заключается в том, что скорость распространения электромагнитных волн растет там с течением времени. Таким образом, эффект падения на ваш аппарат метеоритов — не более, чем видимость. Мы ведь неоднократно предупреждали землян: "Добалуетесь вы со своими экспериментами!"...

Вот такие "Марсианские хроники"! На этом месте мне хочется задать вопрос. Уважаемый читатель! Не возникло ли у Вас, после прочитанного, смутного, но настойчивого ощущения, что Вас где-то дурят? Не специально, конечно. Физики, иной раз, и сами запутываются в своих же теориях. Но, мне кажется, у каждого человека, здравомыслие которого не полностью атрофировано многолетним изучением физики, подобное ощущение должно быть, раз уж оно даже у меня возникает! Поэтому, давайте разбираться, подробно и последовательно. Итак:

**Что мы имеем?: Пространственная аномалия, подобная описанной выше, если и существует, то ее пока никто не видел.** Здесь, правда, сразу приходит на ум "темная материя" Вселенной. Но она не является контраргументом в дискуссии сразу по трем причинам: 1) Летательных аппаратов в область предполагаемой локализации темной материи, земляне пока не послали; 2) В случае "темной материи" речь идет о таких масштабах, где механика Ньютона если и применима, то с оговорками; 3) И самое главное: абсолютно не важно, существует ли пространственная аномалия в действительности; важно лишь то, что она рассматривается в качестве фальсификации первого закона Ньютона. К слову говоря, отметим еще один момент, который уже, по сути дела, звучал неявно: **в механике Ньютона факт существования физическое тела должен быть установлен каким-либо иным способом, нежели просто действие силы** (аксиома существования).

Как правило, способ электромагнитный, например, — мы просто видим предмет. Радиолокация тоже относится к этому способу. А как же черные дыры? Стоп! Это снова уже не механика Ньютона. Да и к тому же, они обладают массой и, стало быть подвер-

---

<sup>4</sup>Поле нетелесной силы "Земли" логично считать эквивалентным полю массивного шара, а не точки, поэтому в центре аномалии с марсианами, по всей видимости, ничего особенного не произойдет.

жены воздействию силы гравитации. Поэтому, будем считать, что аномалия "Земли" не подвержена действию тяготения никаких тел во Вселенной (тогда, кстати, у марсиан есть все резоны посылать туда свой аппарат, поскольку аномалия сойдет с орбиты "Земли" и может столкнуться с Марсом). Таким образом, согласно аксиоме существования, следует считать, что, по крайней мере, с позиций механики Ньютона, в области действия земной аномалии никаких создающих ее *внутренних* физических тел нет. Но, может быть, таковые существуют за ее пределами: далеко-далеко, где-нибудь в соседнем скоплении галактик, существует некий объект, который ничем особенным не выделяется у себя дома, но вот в нашей Солнечной системе создает такую аномалию. В действительности гипотеза *внешнего* тела принципиально ничем не отличается от гипотезы тела внутреннего. Согласно все той же аксиоме существования, внешнее тело, в данном случае также не следует считать существующим.

**Чего мы хотим?: чтобы отсутствие пространственных аномалий было констатировано в основных положениях классической механики.** На данный момент удобным для этой цели является первый закон Ньютона, поскольку, исходя из него, я уже почти построил фальсификацию. Осталось только разобраться с выдвинутыми мной же контраргументами, и, на мой взгляд, это возможно. Коль скоро в качестве прибора для измерения расстояния мы выбрали радар, то разумно придерживаться электромагнитного способа установления единицы длины. Напомню, что согласно последнему, **метр равен расстоянию, проходимому в вакууме плоской электромагнитной волной за  $1/299\,792\,458$  долей секунды.** В свою очередь, **секунда равна  $9\,192\,631\,770$  периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями состояния атома цезия.** При таком способе измерения расстояния, скорость света, по сути дела, принимается постоянной<sup>5</sup> по определению. Это требование отнюдь не является обязательным, просто оно удобно. Ведь можно рассмотреть пространственную аномалию не в масштабах околоземного космоса, а, скажем, в отдельно взятой квартире. Ну, хотя бы, тот же полтергейст! А вдруг он действительно существует и является не чем иным, как пространственной аномалией? В этом случае время и расстояние вполне можно измерять по старинке — часами и линейкой. В любом случае, без пластических систем отсчета и возрастания скорости света теория становится куда как проще.

Потребуем теперь, чтобы расстояние и время в классической механике **всегда** измерялось способами, эквивалентными, данному<sup>6</sup>. И что же мы получим в итоге? Радар определит, что камни все-таки летят в сторону ракеты с ускорением, марсиане-космонавты, если повезет, успеют удрать и у них появится шанс дать достойный ответ марсианину-теоретику:

— Извините, уважаемый коллега, но движение нашего летательного аппарата подчиняется принципам классической кинематики, согласно которой метеоритный дождь, за считанные часы, должен был прошить наш корабль. И если бы мы в срочном порядке не улетели из зоны аномалии, то Вы бы не узнали о ней больше ничего.

Помимо введения пластической системы отсчета существует еще один способ сделать законы Ньютона принципами. Для этого следует рассмотреть второй закон Ньютона в качестве определения силы, включая нетелесные силы. В свою очередь, третий закон будет выполнен всегда и повсеместно, если всякое отличие сил взаимодействия от противоположных интерпретировать как действие нетелесной силы. Первый закон в таком случае не нужен вовсе. Данный подход имеет право на существование, и, возможно, он был бы даже более адекватен вселенной, по своим механическим свойствам несколько отличающейся от нашей. К примеру, он мог бы быть применен в мире, где жесткие ИСО не существуют даже локально. Но я сильно сомневаюсь, что этот подход обладает большей объясняющей силой, нежели механика Ньютона.

Возможно когда-нибудь внешнее или внутреннее тело марсиане все-таки найдут. В

<sup>5</sup>Относительно источника.

<sup>6</sup>Надо ли говорить, что искривление траектории электромагнитных лучей полем нетелесной силы не внесет существенных корректив в определение расстояний.

этом случае, им придется пересмотреть свои взгляды относительно динамики "земной" аномалии, и, не исключено, что они вновь признают 1-й закон Ньютона истинным. Все возвращается на круги своя, точнее движется по спирали, и бояться этого не следует. Вспомним, хотя бы теории близкодействия и далекодействия или все тот же вакуум-эфир. Однако рядом с этой ветвью дискуссии имеется еще одна очень сходная проблема. Область пространства, исследованного землянами, расширяется с течением времени. И, с одной стороны, в ней не обнаружено пространственных аномалий, типа той с которой имели дело наши марсиане. Есть, правда все те же скрытые массы, но, предположим, в будущем найдется материальный объект, им соответствующий. В этом случае у нас не будет опытных доказательств того, что первый закон Ньютона не верен. С другой стороны, ни одна из систем отсчета, рассматривавшихся ранее в качестве инерциальных, на поверку не оказалась таковой. Поэтому, на данный момент, у нас нет опытных доказательств и того, что первый закон Ньютона верен. Ясно, что их не может быть в принципе, также как не может быть окончательного ответа относительно внешних и внутренних тел у марсиан.

Собственно в этом причина проблемы. Формулируя 1-й закон Ньютона для Вселенной, мы пытаемся установить абсолютную истину, но таковых нет в современной науке и, вряд ли они вообще возможны. Поэтому, стоит просто быть скромнее и ограничиться утверждениями относительно исследованной нами области Вселенной:

**В исследуемой человеком части Вселенной существует такая жесткая система отсчета, относительно которой любая классическая материальная точка, на которую не действуют другие тела, или их действие скомпенсировано, сохраняет свою скорость.**

Но и с этими ограничениями затруднения не исчезают. Дело в том, что, для подтверждения инерциальности системы отсчета, нам необходимо измерять не только ускорения, но и силы, некоторые из них могут зависеть, в том числе, и от массы. Здесь явно нужно как то задействовать второй закон Ньютона. Но мы не имеем право сделать этого, пока не обнаружена инерциальная система отсчета. Что же получается? В силу возможности фальсификации, первый закон Ньютона не является принципом, но, с другой стороны, мы также не можем проверить его, как закон.

Надо разбираться дальше. Разбираться со всеми законами Ньютона вместе.

## 2.2 Аксиоматический подход в механике Ньютона

Определения массы и силы создают трудности для проверки как первого, так и непосредственно второго закона Ньютона. Причина проблемы достаточно ясна: **сила и масса сами входят во второй закон Ньютона, между тем как именно откуда их надо определить.** На тему силы вообще можно привести целый ряд не очень лестных высказываний известных людей. Кажется, Кирхгоф называл силу "темным метафизическим понятием". В свою очередь, Энгельс отметил, что "в любой области естествознания, даже в механике, делают шаг каждый раз, когда где-нибудь избавляются от слова "сила" [5]. И действительно, даже от слова, то есть от понятия силы вполне возможно избавиться. Для этого достаточно от общей формулировки второго закона Ньютона перейти к конкретным явлениям и, вместо слова "сила" использовать их собственные названия: упругость, тяготение, трение и т. д. В связи с этим хочу привести высказывание еще одного человека, мне лично не знакомого, но, в кругу друзей, наверняка известного. Один мой приятель, физик, задал своему собеседнику, судя по всему, тоже физика, вопрос, который мы сейчас обсуждаем:

- А можно ли в механике вообще обойтись без силы?
- Можно ходить без штанов, — ответил тот.

Лексика не вполне научна, но и разговор был не на конференции. К смыслу сказанного я присоединяюсь. Действительно, понятие силы в механике, хотя и не является необходимым, однако же, весьма удобно. В этом ключе даже сила гравитации существует в механике Ньютона реально, несмотря на общую теорию относительности. Но

вернемся к теме: можно ли определить силу и массу в механике Ньютона, не впадая в логический круг? С силой ситуация, пожалуй, попроще: проблему, до некоторой степени, действительно можно решить заменой общего определения совокупностью дефиниций конкретных сил, термин при этом стоит сохранить. Тогда, скажем, для силы упругости возможно экспериментально подтвердить пропорциональность ускорения тела малой деформации тянущей его пружины. Такой опыт, очевидно, можно поставить, но мы все еще не можем определить, в какой системе отсчета он будет выполнен. С этим надо срочно что-то делать.

То, что мы раз за разом натываемся на схожие трудности, по сути дела, ходим по кругу, говорит о том, что они, видимо, имеют научно-методологический характер. Действительно, любая логически выстроенная научная теория должна основываться на некотором числе фундаментальных, так называемых, неопределяемых понятиях, отношения между которыми задаются системой аксиом. Таким образом, аксиомы, служат неявными или соотносительными [6] определениями основных понятий. Этот подход принят в геометрии: посредством аксиом основные понятия определяются здесь сразу во всей совокупности. Так почему бы не рассматривать законы Ньютона и формулы конкретных сил в качестве аксиом динамики? Похоже, так полагал и сам Ньютон. Я неоднократно слышал от своих коллег, что математический подход в физике является чисто описательным и ничего не объясняет. На это можно ответить следующее. Всякое объяснение представляет описываемое явление как следствие некоторой совокупности фундаментальных причин. Однако как быть с самими причинами? Я полагаю, что в этом случае объяснение тождественно описанию. Кроме того, уместно задать вопрос, а зачем вообще нужны объяснения? И что важнее в науке: объяснять, или описывать? Вопросы эти не новы, да и выходят за рамки данной дискуссии. Но, думаю, моя позиция станет более ясной, если я приведу точку зрения, к которой склоняюсь. Естественно, она субъективна.

**Основная задача науки — расширять область нашего взаимодействия с миром. Для этой цели необходимо, прежде всего, описывать явления, давая как можно более точный всеобъемлющий и долгосрочный прогноз. Объяснение является полезным, в той мере, в которой оно делает описание более эффективным и удобным.**

Ну и, наконец, не будем забывать, что слово "объяснение" происходит от корня "ясно". Итак, я рассматриваю законы Ньютона в качестве аксиом динамики. В рамках аксиоматического подхода вопрос о независимых определениях массы и силы, вообще-то, отпадает сам собой. Для полноты картины следует, все же, предложить какой-либо корректный способ измерений силы и массы. Для последней можно взять, например, тот, что рассмотрен в учебнике Кикоиных [7].

... Два одинаковых по размеру цилиндра — алюминиевый и стальной — с просверленными по осям отверстиями надеты на стержень, вдоль которого они могут скользить с малым трением.

Установим стержень с цилиндрами на центробежную машину и приведем ее во вращение. Цилиндры тотчас же соскользнут к концам стержня. В этом опыте цилиндры не взаимодействуют друг с другом. Свяжем теперь цилиндры нитью и снова приведем стержень во вращение. Теперь цилиндры взаимодействуют посредством нити. Скользя вдоль стержней, цилиндры остановятся каждый на определенном расстоянии от оси вращения. При этом они будут вращаться по окружностям радиусами  $r_1$  и  $r_2$ . Но по окружностям тела движутся с центростремительным ускорением, равным  $4\pi^2 n^2 r$ , где  $n$  — частота обращения и  $r$  — радиус окружности. Отношение модулей ускорений алюминиевого и стального цилиндров поэтому равно:  $a_1/a_2 = r_1/r_2 \dots$

Конечно, сразу же возникнет множество вопросов. Для начала нужно определить, как можно точнее, направление вертикали. Руководствуемся ли мы при этом законами Ньютона? Конечно! Хотя, на самом деле, руководством будет скорее здравый смысл,

что, впрочем, в данном случае — одно и то же. Желательно уменьшить трение и сопротивление воздуха — тоже в согласии с законами динамики. Я и не спорю с тем, что законы Ньютона лежат в основе процедуры измерения массы, иначе и не могло быть, раз мы рассматриваем их в качестве аксиом<sup>7</sup>. Однако во всех опытах за пределами измерительной процедуры масса тела будет выступать в качестве величины, измеренной независимо от остальных. Если мы добьемся этого и для силы, то законы Ньютона будут экспериментально проверяемыми законами для всех остальных случаев механики, кроме процедур измерения. В этом случае мы действительно не впадаем в логический круг.

В начале дискуссии я отмечал, что условие выполнения второго закона Ньютона можно включить в его формулировку. Считаю целесообразным это сделать. Таким образом, отпадает (несколько искусственное) требование полной компенсации воздействий всех тел для определения инерциальности системы отсчета<sup>8</sup>. В итоге, аксиомы классической динамики *мира Ньютона* можно сформулировать следующим образом:

**I. В изученной человеком области Вселенной существует жесткая инерциальная система отсчета.**

**II. В жесткой инерциальной системе отсчета сила, приложенная к любой классической материальной точке, со стороны других тел, равна произведению ускорения точки на ее массу, удовлетворяющую условиям:**

- 1) масса — положительное число;
- 2) масса аддитивна;
- 3) масса системы, не обменивающейся веществом с внешними телами, сохраняется.

**III. Две материальные точки взаимодействуют с противоположными силами, лежащими на прямой, их соединяющей.**

**IV. Существуют конкретные механические силы, являющиеся функциями параметров взаимодействия и не зависящие явно от времени:**

- 1)  $\vec{F}_{\text{тяж}}(m) = m\vec{g}$ ;
- 2)  $\vec{F}_{\text{упр}}(\Delta\vec{x}) = -k\Delta\vec{x}$ ;
- 3)  $\vec{F}_{\text{тр}}(\vec{F}_{\text{сдв}}, N) = -\vec{F}$  при  $\vec{v} = 0$  и  $= -\mu N\vec{v}/v$  при  $\vec{v} \neq 0$ .

...

**V. Существуют консервативные системы**

Под миром Ньютона я понимаю совокупность физических тел, законы движения которых подчиняются системе сформулированных аксиом<sup>9</sup>. Мир Ньютона не описывает свойств микромира. В систему аксиом механики, помимо динамических, следует включить и аксиомы классической кинематики, в содержание которых я подробно вдаваться не буду. Отмечу лишь, что кинематическая часть аксиом механики должна содержать геометрию трехмерного евклидова пространства плюс аксиоматическое определение абсолютного однородного времени. Вид выражения конкретных сил непосредственно не связан с законами Ньютона — это и дает, в ряде случаев, возможность их измерения независимо от последних. В таких случаях мы можем рассматривать зависимость между аргументами силы и ускорением тела в качестве обыкновенного физического закона. Для определения коэффициентов выражений конкретных сил законы Ньютона необходимы, также они нужны для определения некоторых сил, например, трения. В этих случаях эксперимент можно рассматривать в качестве проверки системы аксиом в

<sup>7</sup>Можно, конечно, описать процедуру измерения массы, никак не упоминая законы динамики. Тогда, формально, вполне возможно утверждать, что они действительно не использовались. Все же я не вижу необходимости в таком подходе, и даже не по причине формализма. Просто, в одном случае нам необходимы измерительная процедура плюс аксиомы, а в другом — достаточно одних аксиом.

<sup>8</sup>Помнится, один мой ученик обрисовал мне следующую картину, иллюстрирующую первый закон Ньютона: "В бесконечном пустом пространстве равномерно и прямолинейно движется одинокий автобус. . ."

<sup>9</sup>В качестве нулевой в нее необходимо включить аксиому существования.



целом. А что же все-таки получится, если мы замкнем пресловутый круг. Возьмем все ту же процедуру измерения массы. Согласно второму и третьему законам Ньютона:

$$m_T a_T = -m_{ЭТ} a_{ЭТ}, \quad (1)$$

откуда

$$m_T = -\frac{m_{ЭТ}}{a_T} a_{ЭТ}. \quad (2)$$

Чтобы получить круг, необходимо (2) подставить в (1), а не куда-нибудь еще. В итоге имеем:

$$a_{ЭТ} = a_{ЭТ}. \quad (3)$$

Результат конечно "содержательный", но иного мы и не могли получить: *малый логический круг*, замкнутый применением законов Ньютона к участникам и результату процедуры измерения массы, свидетельствует о внутренней непротиворечивости самих законов. Подобный круг не является исключительной особенностью динамики Ньютона — он неизбежно присущ любой аксиоматической теории, допускающей возможность практической проверки. **Если теперь найдется такая система отсчета, в которой ускорения всех наблюдаемых нами тел удастся количественно соотносить с действием на них других тел, то ее, не впадая в круг, мы можем считать инерциальной.** Верна ли аксиоматика Ньютона, или нет — другой вопрос, главное, у нас есть возможность выяснить это. В первой части я как раз описал аномалию, в которой она не верна. Поищем другие фальсификации.

Построим сначала гипотетический мир, где нарушен третий закон Ньютона. В качестве примера можно взять такой третий закон:

**ФIII<sub>1</sub>.** Два тела действуют друг на друга с одинаковыми силами, сонаправленными вектору, проведенному к телу с большей массой (или от него — другой вариант).

В мире с таким законом не будет сохраняться импульс. Или возьмем такой закон:

**ФIII<sub>2</sub>.** Два тела действуют друг на друга с противоположными силами, создающими момент, сонаправленный моменту импульса системы в ИСО их центра масс.

Здесь не будет сохраняться момент импульса. После этого как-то странно слышать, будто бы законы сохранения в механике следуют из физических свойств пространства и времени. Правда, не все так просто. К примеру, можно рассмотреть вселенную, состоящую всего из пары планет, для которой выполнена ФIII<sub>1</sub>. Пусть на тела 1 и 2 со стороны друг друга, действуют силы  $F_1$  и  $F_2$  соответственно. Перейдем в систему центра масс и переопределим силы с учетом возникших там сил инерции. Легко показать, что в этом случае тела будут действовать друг на друга с силами, равными соответственно:

$$\vec{F}'_1 = \frac{\vec{F}_1 - \vec{F}_2}{m_1 + m_2}; \quad \vec{F}'_2 = -\frac{\vec{F}_1 - \vec{F}_2}{m_1 + m_2}, \quad (4)$$

то есть в полном соответствии с законами Ньютона. Здесь, однако, возможны контрмеры, например, следующие.

Пусть планеты 1 и 2 имеют равные "массы" и расположены вблизи друг друга (рис.1,а). Между планетами периодически курсирует ракета. В момент ее посадки "масса" одной планеты становится чуточку больше и обе планеты начинают ускоряться в направлении большей "массы". Вдали от планет 1 и 2 находится планета 3, которая во всем этом безобразии никак не участвует, а на самой планете действуют законы Ньютона. Центр масс системы (без кавычек), где бы он не находился, должен принадлежать

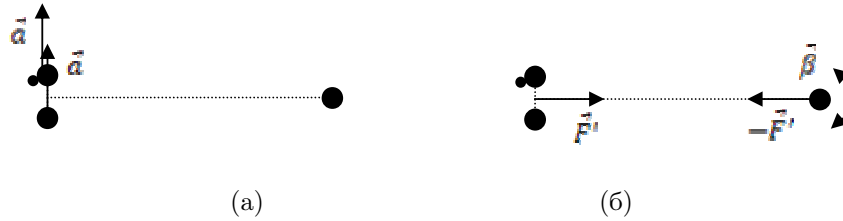


Рис. 1: (а) Пара планет-близнецов ускоряется в направлении той из них, на которой находится ракета. Удаленная планета не участвует в этом движении. (б) В "ИСО" пара взаимодействует с удаленной планетой по законам Ньютона, однако сама удаленная планета колеблется вокруг своей оси, двигаясь с переменным угловым ускорением  $\vec{\beta}$ .

отрезку соединяющему планету 3 с парой 1 и 2. Можно найти "ИСО", в которой после переопределения сил, пара взаимодействует с удаленной планетой по законам Ньютона. Однако сама удаленная планета в этой системе будет колебаться вокруг своей оси, двигаясь с переменным угловым ускорением (рис.1,б). А такое движение уже невозможно описать в рамках динамики Ньютона.

В "закручивающейся вселенной" из пары тел, подчиненной закону  $\Phi_{III_2}$ , возможен переход к динамике Ньютона введением вращающейся соответственным образом системы отсчета. Впрочем, ситуация будет не столь очевидной, если скорости тел не противоположны. Однако можно придумать довольно простой пример, когда переходить, собственно, некуда. Добавим к раскручивающейся паре одинаковых планет еще одну, точно такую же, но с противоположным моментом импульса. Для простоты можно считать постоянными и равными модули угловых ускорений планет в каждой паре.

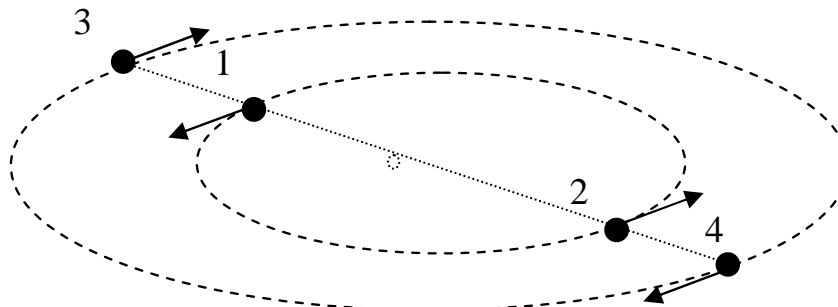


Рис. 2: Мир №1. "Скомпенсировано-вращающаяся вселенная" изображена в момент, когда все планеты лежат в одной плоскости. Стрелки показывают направления скоростей планет, совпадающие с направлениями их тангенциальных ускорений.

Такая "скомпенсировано-закручивающаяся вселенная" изображена на рис. 2 в момент, когда все планеты лежат в одной плоскости. Здесь, впрочем, можно придраться к массам: на каком основании мы должны считать их одинаковыми? Основания, однако, можно придумать. Представим себе, что планеты состоят из одинаковых "атомов" размером с песчинку (для наглядности) и случайным образом, потихоньку обмениваются друг с другом веществом, но суммарное число песчинок, составляющих каждую планету, остается при этом постоянным. Даже, если изначально приписать "атомам" разные массы, то, в силу случайности процесса, массы всех планет выравниваются с течением времени. Стало быть, центр масс системы совпадает с центром их орбит, независимо от того, сводима ли "скомпенсировано-закручивающаяся вселенная" к миру Ньютона, или нет. В свою очередь, в мире Ньютона система центра масс всегда является инерциальной. Следовательно, если "скомпенсировано-закручивающаяся вселенная" может

быть сведена к миру Ньютона, то центр ИСО должен покоиться в центре орбит планет. Но в таком случае не получится обнулить одновременно все четыре тангенциальных ускорения, по крайней мере, в момент начала движения. Покажем это. Пусть  $\vec{v}'$  — скорость планеты 1 в новой системе отсчета, предполагаемой в качестве инерциальной. Тогда по закону сложения скоростей:

$$\vec{\Omega} \times \vec{r}' + \vec{v}' = 0, \quad (5)$$

где  $\vec{r}'$  — радиус-вектор планеты,  $\vec{\Omega}$  — угловая скорость "ИСО". По закону сложения ускорений имеем:

$$\vec{\beta} \times \vec{r}' = \dot{\vec{\Omega}} \times \vec{r}' + \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}') + 2\vec{\Omega} \times \vec{v}' + \vec{a}'_n + \vec{a}'_t, \quad (6)$$

где  $\vec{\beta}$  — угловое ускорение планеты 1. Мы хотим добиться, чтобы в новой СО  $\vec{a}'_t = 0$ . Тогда, с учетом (5) и, поскольку  $\vec{a}'_n = \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}')$ , получим:

$$\dot{\vec{\Omega}} = \vec{\beta}.$$

чего и следовало ожидать. В свою очередь для планеты 3, проделав аналогичные выкладки, получаем:

$$\dot{\vec{\Omega}} = -\vec{\beta}.$$

Невозможность удовлетворить двум последним равенствам одновременно — очевидна.

Такая "скомпенсировано-закручивающаяся вселенная" изображена на рис.2 в момент, когда все планеты лежат в одной плоскости. Здесь, впрочем, можно придаться к массам: на каком основании мы должны считать их одинаковыми? Основания, однако, можно придумать. Представим себе, что планеты состоят из одинаковых "атомов", размером с песчинку (для наглядности) и случайным образом потихоньку обмениваются друг с другом веществом, но суммарное число песчинок, составляющих каждую планету, остается при этом постоянным<sup>10</sup>. Даже, если изначально приписать "атомам" разные массы, то, в силу случайности процесса, массы всех планет выравниваются с течением времени. Стало быть, центр масс системы совпадает с центром их орбит, независимо от того, сводима ли "скомпенсировано-закручивающаяся вселенная" к миру Ньютона, или нет. В свою очередь, в мире Ньютона система центра масс всегда является инерциальной. Следовательно, если "скомпенсировано-закручивающаяся вселенная" может быть сведена к миру Ньютона, то центр ИСО должен покоиться в центре орбит планет. Но в таком случае не получится обнулить одновременно все четыре тангенциальных ускорения. Можно показать, что для этого необходимо совпадение радиусов орбит обеих пар планет.

В завершение рассмотрим еще одну фальсификацию, предварив ее следующим замечанием. В мире Ньютона нет смысла придаться к виду выражений конкретных сил — он всегда может быть изменен и уточнен — второй закон Ньютона при этом не страдает. Принципиально важен здесь порядок производной радиус-вектора. Другими словами, существенным во втором законе Ньютона является то, что сумма всех приложенных к телу сил определяет именно его ускорение, а не производные радиус-вектора других порядков. Не так давно учащийся нашего лица, под моим руководством, выполнил проект, посвященный антропному принципу (принципу ли?). В рамках его были исследованы законы небесной механики в гипотетических мирах, где сила гравитации Ньютона определяет производную радиус-вектора первого и третьего порядков, названных, соответственно, мирами Аристотеля и гиперньютона. В мире Аристотеля, как нетрудно понять, не происходит ничего интересного — планеты просто падают на

<sup>10</sup>Можно ввести в игру также планеты, состоящих из тех же песчинок, но способных видеть отдельные атомы. С нашей точки зрения, эта способность, может быть, и загадочна, но не более чем природа связи между физическим и психическим вообще.

свои центральные светила. Правда, придя к этому выводу, мы были непоследовательны, так как следовало бы сформулировать также первый и третий законы Аристотеля. Если исходить из дошедших до нас механических воззрений философа, то они могли бы выглядеть следующим образом:

**Ар. I. Всякое свободное тело совершает естественное движение.**

**Ар. III. Тела можно поделить на движители и движимые. Во всех насильственных движениях движитель действует на движимое, но не наоборот.**

Движение небесных сфер относится Аристотелем как раз к естественным, и, разумеется, никакая гравитация со стороны Солнца на Аристотелевы планеты не действует. В полном объеме мир Аристотеля довольно сложен, поэтому я здесь не буду выяснять, можно ли его свести к миру Ньютона. Может показаться, что ответ очевиден: конечно, да, ведь это же наш мир! Но все не столь тривиально! Не будем забывать, что в своем третьем законе Аристотель, похоже, все-таки ошибался. Поэтому, лучше я задам этот вопрос Сергею Кокареву.

Для гравитационного мира гиперньютонана нами была построена численная модель, с целью выяснения возможности в нем хотя бы финитных планетарных орбит<sup>11</sup>. В результате проведения серии экспериментов мы получили семейство траекторий, каждая из которых имеет один и тот же вид: планета делает единственный вираж вокруг звезды и улетает в бесконечность. Здесь осталось отметить, пожалуй, следующее. В мире гиперньютонана, конечно, возможно формально ввести ньютонову силу второго порядка. И, в задаче двух тел, как мы уже убедились, существует система отсчета, в которой систему звезда-планета можно будет описать законами Ньютона. Правда, если планет несколько, могут возникнуть проблемы, но мы не будем усложнять ситуацию. В данном простом случае хорошо прослеживается еще один аспект обсуждаемой темы. Да, описать пару тел в терминах законов Ньютона возможно, но во что превратятся там силы? Они будут зависеть от времени явно, каким-то невообразимым способом. Кроме того, ньютоновы силы в мире гиперньютонана не будут консервативными<sup>12</sup>. Отсюда вывод:

**Если законы Ньютона и возможны в качестве принципов, то не во всех мыслимых ситуациях их стоит придерживаться.**

Однако же, поскольку введение ньютоновой силы в гравитационном мире Гиперньютонана нарушает IV и V, то этот мир все-таки является фальсификацией мира Ньютона.

Пожалуй, мне пора подводить итоги. Вряд ли есть смысл повторяться. Вместо этого хотелось бы задать вопрос: а что вообще такое принципы? Если это — система аксиом, то она должна быть проверяема и фальсифицируема<sup>13</sup>. Если это не аксиомы, а теоремы, то их возможно доказать на основе иной системы аксиом. Стало быть, и в этом случае принципы фальсифицируемы. Если же принципы — это ни то, ни другое, и к тому же они не допускают фальсификации, в таком случае принципы — бессодержательны. В основе научной теории должно быть хоть что-то, что на проверку может оказаться ошибкой. И все же: принципы возможны. Есть нечто общее в мирах, где работают  $\Phi III_1$  и  $\Phi III_2$ : они как бы "распадаются" на части, слабо взаимодействующие друг с другом. Здесь нет фиксированных зарядов: песчинки теряют способность к взаимодействию с одной планетой и приобретают таковую с другой в зависимости от своего относительного положения. Возможно, это не случайно. Возможно, неспроста наш мир подчинен единой гравитации, единой электродинамике и т. д. Возможно, существует некий минимум условий связности, постоянства и единства, при выполнении которых мир будет ньютоновым, хотя, все еще — не обязательно нашим миром. Это своего рода

<sup>11</sup> Вопрос об отсутствии в мире гиперньютонана круговых орбит с центром в звезде был решен теоретически.

<sup>12</sup> Гравитация гиперньютонана консервативна, но механическая энергия системы планета-звезда при этом не сохраняется.

<sup>13</sup> Это верно даже для геометрии. Одной аксиоматики Евклида недостаточно. Необходима еще способность восприятия мира пространственных объектов.

математика физики, которую Сергей Кокарев, кажется, и называет метафизикой, на мой взгляд, вполне удачно. В рамках метафизики принципы должны быть теоремами. Для меня эти три "возможно", на данный момент — гипотезы...

### 3 Еще раз о законах и принципах (Сергей Кокарев)

Прежде всего, я хотел бы поблагодарить моего одноклассника и коллегу Михаила Голодняка за интерес к "простым" вопросам и его согласие придать нашей дискуссии письменную форму. Я надеюсь, что она затрагивает достаточно широкий круг проблем, связанных как с основами физики, так с ее философией и методологией, чтобы как-то заинтересовать широкий круг потенциальных читателей, включая не только физиков.

Свои комментарии я для удобства разобью на подразделы, охватывающие относительно замкнутые вопросы нашей дискуссии, затронутые Михаилом, которые не всегда будут соответствовать хронологической последовательности его аргументов в его тексте.

#### 3.1 Еще раз о принципах

Я начну с комментариев к последнему абзацу текста Михаила. Он ставит вполне законный в рамках нашей дискуссии вопрос о том, что я понимаю под физическими принципами и как они соотносятся с аксиомами. Я не сторонник четких определений в области методологии и философии, но ради ясности нашей дискуссии постараюсь дать приемлемые определения.

Принципы — это достаточно общие и достаточно глубоко укорененные в нашем сознании правила наших суждений о мире, априори отражающие наши мировоззренческие, философские и даже религиозные установки. Поскольку речь будет идти о науке, как о коллективной и преемственной деятельности многих поколений ученых, то под сознанием, мировоззрением, философией и религией в отношении физических принципов я имею в виду их коллективные формы, отражающие состояние широких слоев научного общества на протяжении длительного промежутка времени. О том, что подобного рода предустановки существуют в области познания, известно давно. Я приведу здесь одно обобщающее высказывание И.Канта:

Естествоиспытатели поняли, что разум видит только то, что сам создает по собственному плану, что он с *принципами* своих суждений должен идти впереди согласно постоянным законам и заставлять природу отвечать на его вопросы (цит. по [8]).

Среди наиболее важных методологических принципов физики, получивших всеобщее признание и широкое освещение в печати, можно выделить принципы: сохранения, симметрии, дополнительности, математизации, соответствия, единства, объяснения, простоты, наблюдаемости [8].

Говоря о законах Ньютона как о принципах, я имею в виду принципы внутринаучные, специфические для физики или ее разделов. Как и общие методологические принципы, законы Ньютона отражают определенную философскую позицию в отношении мира, как объекта познания, и человека — как познающего субъекта. Помимо выражения философии рационального познания мира, законы Ньютона предоставляют нам определенный аппарат и язык, для того чтобы мы могли задавать природе вопросы (эксперименты). При этом все механические эксперименты и их результаты следует понимать и интерпретировать в рамках этого же языка. Конечно, из общих соображений принципы могут быть самыми разными. Но одно из главных требований к ним с точки зрения практики научной работы, которое существенно в контексте нашей дискуссии — это их определенная гибкость. Если угодно, эту гибкость можно назвать их *антиверифицируемостью*. Другими словами, адекватные физические принципы должны предоставлять нам понятийный аппарат и общие правила достаточно широкие для

того, чтобы "вместить" т.е. надлежащим образом интерпретировать, достаточно широкий спектр потенциальных ситуаций в теории и эксперименте. Напротив, "плохие принципы" очень скоро будут отброшены из-за массы несогласованностей и противоречий, которые будут быстро накапливаться по мере разработки теории и эксперимента. В этом смысле — принципы механики в форме законов Ньютона — это, действительно, ценные и очень мощные принципы, которые позволили механике успешно развиваться вплоть до ее сегодняшнего состояния.

Разумеется, абсолютно незыблемые физические принципы противоречат духу научного познания. Но, по сравнению с другими составляющими физики, ее принципы — это самая инертная часть. Это можно наглядно проиллюстрировать на примере принципа относительности. Принцип относительности — это общая стержневая ось классической механики Ньютона и СТО. При переходе от механики Ньютона к СТО принцип относительности остался незыблемым, в то время как геометрия и научная парадигма изменились достаточно кардинально.

В отличие от принципов, аксиомы физики, выражающие математическую структуру различных ее разделов, — составляющая гораздо более подвижная. Форма, число и содержание аксиом в значительной степени предопределяется общими принципами, лежащими в основе этих разделов. При этом, как и в геометрии, можно иметь дело с различными эквивалентными аксиоматиками в рамках одной и той же системы принципов. Обратное, насколько я знаю, в истории науки никогда не случалось.

После того, как законы Ньютона зафиксировали правила (силы, массы, ускорения, дифференциальные уравнения и т.д.), необходим эксперимент для того, чтобы придать этим общим правилам конкретный вид в конкретных ситуациях. Так, динамика и смежные разделы физики поставляют нам конкретные выражения для конкретных сил (тяготения, упругости, трения), правила их суперпозиции, способы измерения массы и т.д. При этом, как я уже говорил, сила принципов Ньютона заключается в том, что практически любым мыслимым результатам экспериментов можно придать математически корректную непротиворечивую запись на языке надлежащих сил, дифференциальных уравнений и их решений. Конкретные выражения для сил имеют статус законов в классической механике (закон всемирного тяготения, закон Кулона-Амонтона, закон Архимеда) и должны проверяться и уточняться экспериментально. Я хотел бы подчеркнуть, что конкретный вид законов существенным образом зависит от используемых принципов. Без законов Ньютона, в частности и в особенности, без первого закона, законы для сил нельзя было бы даже записать. Смена же принципов механики Ньютона обязательно приведет к полному или частичному изменению вида законов. Об этом я уже говорил в своих лекциях и еще скажу несколько слов в дальнейших комментариях. Таким образом, я резюмирую свой ответ Михаилу: **физические принципы — это положения более фундаментального характера, чем просто аксиомы; они не требуют экспериментальной проверки, а точнее обязаны быть очень слабо верифицируемыми или фальсифицируемыми; принципы — это, конечно, же не теоремы, они вообще логически ни откуда не выводимы. Тем не менее, они содержательны: именно принципы предопределяют выбор математического и понятийного аппарата физической теории, ее верифицируемое ядро, структуру ее законов, интерпретацию результатов и направления дальнейшего развития.**

### 3.2 К вопросу о "фальсификации" первого закона.

Как я уже говорил, хорошие принципы должны быть устойчивыми к очень широкому кругу потенциально возможных "тестовых" ситуаций в теории и эксперименте. Идеальные принципы, помимо прочих важных требований к ним, — устойчивы к любым мыслимым ситуациям такого рода. Я постараюсь показать, что законы Ньютона в их стандартной формулировке, во всяком случае, очень близки к такого рода идеальным принципам, хотя отсюда ни в коем случае не следует, что идеальные принципы — един-

ственны.

Обратимся к первому закону Ньютона. Его роль, как принципа, в структуре механики такова: он априори "определяет" "свободное движение" (движение по "прямой") и "условия", при которых оно "реализуется". Я поясню, почему большая часть слов взята в кавычки. Строго говоря, взятый сам по себе, закон инерции ничего не определяет, поскольку использует неопределенное понятие силы (отсутствие сил или их компенсацию). Обычное возражение заключается в том, что все законы Ньютона надо рассматривать в их совокупности. Но никакого независимого определения силы из рассмотрения всех законов Ньютона в совокупности все равно не получается, если не считать за определения расплывчатые формулировки типа: "сила — это количественная мера взаимодействия тел" (см. обсуждение в лекциях [1] и обсуждение ниже). Словосочетание "свободное движение" взято в кавычки, потому что до опыта не ясно, существует ли вообще в действительности свободное движение и будет ли оно в действительности движением по прямой? Второй вопрос принципиального значения, возникающий в этом месте, заключается в том, что мы понимаем здесь под прямой? Если речь идет о прямой, взятой из евклидовой геометрии, то возникает проблема соотношения идеального понятия — евклидовой прямой и наблюдаемого факта — траектории движения тела. Ясно, что использование модели прямой в виде жестких стержней или лучей света — это шаг, в принципиальном плане содержащий серьезные допущения, лежащие на стыке геометрии и физики. "Условие отсутствия или компенсации сил" — самая важная и, вместе с тем, самая неверифицируемая часть закона инерции. Трудно представить ситуацию, в которой мы уже знаем все обо всех силах в природе и умеем полностью их компенсировать. А ситуация с полным практическим отсутствием всех сил вообще имеет чисто метафизический характер.

Таким образом, закон инерции нельзя считать законом, в смысле закона, устанавливаемого экспериментальным путем. Любые попытки его экспериментальной проверки или фальсификации будут всегда сталкиваться с трудностями принципиального характера, которые не имеют корректного и непротиворечивого решения в рамках самой механики Ньютона. Ситуация меняется кардинальным образом, если мы примем закон инерции как принцип. В этом случае, после того, как он сформулирован, нам абсолютно не важно, существует ли в природе свободное движение, знаем ли мы о силах природы все или почти ничего, можно ли скомпенсировать силы в данной конкретной ситуации или в принципе нельзя и существует ли хотя бы одна инерциальная система отсчета — для того, чтобы принцип заработал, все это уже абсолютно не важно! Благодаря принципу инерции, мы "узнаем" (а точнее говоря, сами устанавливаем!) две вещи: 1) в (возможно чисто гипотетической) ситуации "свободного движения" тела движутся по евклидовым прямым; 2) мы принимаем язык дифференциальных уравнений для выделения семейства прямых из общего множества траекторий. Именно, мы пишем общее дифференциальное уравнение семейства прямых (условие постоянства скорости в отсутствие сил):

$$\dot{\vec{v}} = 0. \tag{7}$$

Это — исходная точка всей классической механики Ньютона. В первой лекции я приводил "игрушечный" пример иной формулировки первого закона, при которой свободному движению соответствует семейство парабол с фиксированной осью. При этом изменяется и второй закон: часть сил исчезает. Начиная от Эйнштейна, современная физика, отталкиваясь от механики Ньютона, пошла по самому "антиньютоновскому" пути — пути геометризации. Окончательная цель этого пути, реализующего *принцип геометризации* — описать движение любого тела в любой ситуации вообще без всяких сил на языке одной только достаточно общей геометрии. При этом уравнение (7) будет иметь вид:

$$\nabla_{\vec{u}} \vec{u} = 0, \tag{8}$$

где  $\nabla$  — оператор ковариантной производной, отвечающий за связность (правило па-

раллельного переноса) в данной геометрии,  $\vec{u}$  — 4-скорость. В левой части (8) стоит общеквариантное обобщение вектора ускорения (с геометрической точки зрения — это кривизна кривой). Само уравнение (8) называется *уравнением геодезических* и определяет кратчайшие линии на многообразии со связностью  $\nabla$ .

Теперь разберем пример ситуации с "пространственной аномалией", которую приводит Михаил, для фальсификации первого закона Ньютона. Я постараюсь показать, что эта ситуация не может рассматриваться ни как подтверждающая, ни как фальсифицирующая закон инерции Галилея. Если марсиане посредством различного рода независимых измерений обнаружили бы, что "метеориты летят к некоторому центру", в котором на уровне точности измерительной техники текущего момента времени "ничего нет", то они, полностью оставаясь в рамках принципов классической механики Ньютона, оказались бы перед альтернативой:

1) расширить свой принцип относительности и включить в класс инерциальных систем систему отсчета, связанную с метеоритами, которая представляется им деформирующейся;

2) расширить свои представления о материи и считать, что открыт новый тип материи, который оказывает гравитационное или иное действие на окружающее вещество, но сам пока доступными средствами не обнаружим.

На самом деле, если марсиане устроены примерно также как и мы, то у них существуют представления о твердом теле и евклидова геометрия играет для них такую же роль, что и для нас. Это означает, что вероятнее всего им легче будет принять сначала второй способ рассуждений, то есть анализировать ситуацию на языке новых неизвестных сил. Эта точка зрения является вполне законной в рассматриваемой ситуации: ученый должен принимать и самые невероятные вещи, если они согласуются с фактами. Как показывает история современной земной физики гипотеза (или принцип?) "темной материи" оказалась достаточно плодотворной и гибкой, чтобы стимулировать активные исследования в этой области и описать весь имеющийся материал наблюдательной космологии. Расширение принципа относительности — шаг психологически гораздо более трудный, чем принятие гипотезы о новой силе.

Логически ситуация с "необнаружимым" источником силы может продолжаться неограниченно долго: ведь измерительную аппаратуру и методику измерений можно совершенствовать неограниченно. Практически же, в случае затянувшейся ситуации, возможно, появятся "высоколобые аборигены" — марсиане-теоретики, которые попробуют модифицировать принцип относительности расширением класса инерциальных систем отсчета. Возможно, что на этом пути марсиане придут к идее геометризации и марсианской теории относительности!

Если же допустить, что марсиане, к примеру, — жидкие существа, т.е. их тело легко меняет форму или объем, то для таких марсиан более естественной была бы неевклидова геометрия и деформирующиеся определенным образом (с нашей точки зрения землян) системы отсчета были бы для них так же естественны, как обычные инерциальные для нас. В таком случае, было бы естественным включить эти деформации в класс инерциальных систем отсчета на уровне первого закона Ньютона, и тогда, возможно, проблема с пространственной аномалией решалась бы чисто кинематически. В противном случае, жидкие марсиане снова оказываются перед альтернативой выбора новых сил или расширения класса инерциальных систем отсчета. О системах отсчета отдельные комментарии будут даны мной ниже.

Следует заметить, однако, что предложенная Михаилом конкретизация свойств темной материи — темная материя гравитационно действует, а на нее никакие тела гравитационно не действуют, — в действительности "нарушает" принцип взаимности — третий закон Ньютона, тесно связанный с принципами суперпозиции и аддитивности сил (см. третью лекцию [1] и обсуждение ниже). В такой ситуации, если бы она в действительности наблюдалась, следовало бы "перетряхнуть" "правила сложения" сил, а не закон инерции.

Итак, **первый закон Ньютона выступает как отсчетный принцип силовой**



классической механики Ньютона. В подавляющем большинстве мыслимых ситуаций его можно придерживаться именно как принципа, с позиций которого можно рассматривать и анализировать эти ситуации, не беспокоясь о том, что эти ситуации его как-то сфальсифицируют. Фальсифицируемое ядро механики Ньютона составляют конкретные выражения для сил — их можно неограниченно корректировать и уточнять.

### 3.3 О системах отсчета

Затронутые Михаилом вопросы о системах отсчета (инерциальных, жестких и деформирующихся) имеют принципиальное значение для интерпретации наблюдений, поэтому я немного остановлюсь на этом вопросе. В учебниках по классической механике системой отсчета называют совокупность тела отсчета, системы координат и правила отсчета времени — часов. В задачах классической механики мы как правило, хотя и не всегда, используем в качестве тела отсчета — твердое тело или жестко скрепленную систему тел, в качестве системы координат — декартову, связанную с телом отсчета, в качестве часов — устройство с "однородным" временем, т.е. такое, единицы отсчета времени которого составляют постоянное число некоторых эталонных единиц времени, определяемых по эталонным часам. Практически все перечисленные свойства выполняются лишь приближенно и в случае прецизионных измерений мы должны уметь учитывать отклонения свойств реальных систем отсчета от требуемых свойств. Вполне адекватный этой задаче аппарат появился лишь тогда, когда потребовалось реализовать общий принцип относительности, утверждающий принципиальную равноправность вообще всех систем отсчета, а не только инерциальных. Общая ковариантность уравнений ОТО, а также возможность общековариантной записи на языке тензорных расщелений основных физических уравнений — законов движения, законов термодинамики, уравнений Максвелла, Дирака и других — и выражают общий принцип относительности. Существенную часть общековариантного формализма составляет теория систем отсчета, которая в своей наиболее полной реализации носит название *тетрадного формализма*. Его суть заключается в том, что в каждой точке физическое пространство-время, которое в общем случае является римановым многообразием с локально-лоренцевой метрикой  $g$ , или на его части задается четверка взаимно ортогональных единичных векторов (тетрадные векторы), каким-то образом связанных с протяженным телом отсчета. Эти векторы: 1) гладко меняются от точки к точке; 2) в каждой точке и в каждый момент времени определяют локально декартову систему координат; 3) в каждой точке и в каждый момент времени определяют "локальное время", которое в СТО и ОТО не является абсолютным. Для сколько-нибудь более подробного изложения идей тетрадного или его усеченного варианта монадного формализма потребовался бы экскурс в риманову геометрию и анализ 1-форм (ковекторов), что увело бы нас в сторону от основного русла дискуссии. Поэтому я ограничусь лишь констатацией основных фактов, вытекающих из тетрадного формализма. Технические детали математического порядка можно найти в книге [9], физику и приложения — в монографиях [10] и [11].

1) Основными кинематическими характеристиками системы отсчета являются поля *ускорения, вращения, и скоростей деформации* системы отсчета. При этом поле ускорения системы отсчета описывается вектором, а поля вращения и скоростей деформаций — соответственно антисимметричным и симметричным тензорами второго ранга.

2) Все кинематические характеристики системы отсчета являются пространственными, т.е. все их проекции на времени-подобный вектор тетрады, определяющий направление локального времени системы отсчета, равны нулю. Это, в частности, позволяет перейти от антисимметричного тензора вращения системы отсчета к 3-вектору угловой скорости в силу известного изоморфизма 3-мерных антисимметричных тензоров и 3-векторов. Таким образом, всякая система отсчета в общем случае имеет 12 независимых степеней свободы: 3 компоненты ускорения + 3 компоненты угловой ско-

рости вращения + 6 компонент тензора скоростей деформаций.

3) Я хочу подчеркнуть, что *ускорение, вращение и деформация являются внутренними характеристиками системы отсчета*. Это означает, что для их определения и измерения не требуется какой-то другой системы отсчета: необходима информация о метрике  $g$  пространства-времени (т.е. о геометрии пространства-времени) и информация о нулевой компоненте тетрады — поле 4-скорости самой системы отсчета. В этом смысле, вопрос о том, относительно чего ускоряется, вращается и деформируется система отсчета, имеет ясный ответ: с учетом геометрии физического пространства-времени относительно самой себя! Особенно отчетливо это проявляется в космологических моделях: во всех космологических моделях пространство-время вселенной деформируется (относительно чего? — себя!), в космологических моделях с вращением, она еще и вращается (относительно чего? — себя!). При этом имеет место однородное вращение, так что ось вращения проходит через каждую точку вселенной, а угловая скорость вращения от выбора точки не зависит.

4) В связи с нашей дискуссией о принципах уместно обсудить вопрос, который я бы обозначил как *дополнительность метрики и системы отсчета*. По существу речь идет о взаимной условности выбора геометрии (метрики) пространства-времени и кинематических характеристик системы отсчета. Пусть задано векторное поле 4-скорости, определяющее движение системы отсчета в некотором пространстве-времени. Если метрика этого пространства-времени задана, то кинематические характеристики системы отсчета становятся однозначно определенными. Поставим вопрос так: можно ли за счет выбора надлежащей метрики пространства-времени приписать полям ускорений, вращений и деформаций данной системы отсчета любые наперед заданные значения? В частности, существует ли геометрия, относительно которой все эти характеристики обращаются в нуль и система отсчета является инерциальной? В общем случае ответ отрицательный, что ясно уже из общих соображений: для обнуления 12 независимых характеристик системы отсчета десяти компонент метрики недостаточно. Главным препятствием здесь является вращение системы отсчета. Дело в том, что конкретная величина угловой скорости вращения системы отсчета и ее ориентация могут зависеть от метрики, но сам факт ее наличия или отсутствия инвариантен относительно выбора геометрии! Это означает, что вращение системы отсчета — это по большей части внутренняя характеристика самой системы отсчета! Вопрос о том, можно ли за счет выбора геометрии превратить любую невращающуюся систему отсчета в инерциальную требует специального исследования, но по всей видимости он имеет положительный ответ: десять компонент метрики пространства-времени всегда можно выбрать так, чтобы уничтожить деформацию и ускорение системы отсчета. Возможность уничтожения последнего, по существу, заложена в принципе эквивалентности, а первого — в идее криволинейных систем координат. На условный характер геометрии физического пространства времени обращал внимание А. Пуанкаре [12]. В двух словах его мысль заключается в том, что геометрия пространства-времени аналогична системе координат, в которой мы описываем движение точки. В одних координатах движение проще, в других — сложнее, но принципиально все системы координат равноправны. Так же и геометрии: выбирать следует ту, в которой движение или, более общо, физика описывается наиболее просто. При таком подходе, разумеется, геометрия не выводится из опыта.

Таким образом, в свете вышесказанного, марсиане, в случае невращающейся аномалии, за счет выбора надлежащей геометрии могли бы без всякого ущерба для своей научной совести оставаться при интерпретации этого явления в рамках инерциальных систем отсчета и закона инерции.

5) Михаил пишет: "В исследуемой человеком части окружающей Вселенной существует такая жесткая система отсчета. . ." С открытием красного смещения и хаббловского расширения галактик стало ясно, что оставаясь в рамках стандартной космологии, подобную систему отсчета в природе указать нельзя. Планеты обращаются вокруг звезд, звезды участвуют в вихревом движении спиральных галактик или в колебатель-

ном движении в шаровых. Галактики группируются в скопления и движутся там в своих масштабах пространства и времени, скопления группируются в сверхскопления и ассоциации. Самая крупная система — вселенная — испытывает глобальное однородное расширение. Согласно современным представлениям, "самая инерциальная система отсчета" — это система отсчета, в которой реликтовое космическое излучение изотропно. Но эта система отсчета постоянно деформируется. Для закона инерции как закона — это (в принципиальном, а не в количественном отношении) полная катастрофа, потому что деформация происходит каждую секунду в любой сколь угодно малой области пространства, в том числе и в той, в которой мы пользуемся сегодня законами Ньютона. Для закона инерции как принципа — это абсолютно несущественно. Мы можем описать эту ситуацию, вводя "космологическую силу", зависящую от космологического времени и координат и тогда космологическое расширение можно интерпретировать как результат "силового взаимодействия" галактик на фоне плоского пространства и абсолютного времени классической механики. При этом первый закон (принцип) остается в своей первоизданной силе!

В заключении приведу выдержки из учебных пособий по механике, в которых точка зрения на закон инерции близка к высказываемой мною.

Д.В.Сивухин [13]: Как убедиться в том, что тело не подвержено внешним воздействиям? Об этом нельзя судить по отсутствию ускорений. Нужны какие-то другие независимые способы. Иначе закон инерции потерял бы всякое содержание. Вполне удовлетворительного ответа на этот вопрос не существует. . .

Д.Джанколи [14]: Однако, если связать систему отсчета с самим лифтом [свободно падающим в однородном поле силы тяжести (*С.К.*)], вы окажетесь в состоянии покоя относительно этой системы, несмотря на то, что на вас будет действовать результирующая сила. Таким образом, в этой системе отсчета первый закон Ньютона выполняться не будет. Поскольку такие неинерциальные системы отсчета все же существуют, первый закон Ньютона следовало бы рассматривать как определение, а не как закон.

На этом я закончу свои комментарии к закону инерции Галилея и перейду к обсуждению второго закона.

### 3.4 Закон или определение?

Логические трудности, связанные с определением силы и массы обсуждаются давно, хотя в школьных и вузовских учебниках этот вопрос стараются обходить стороной. Я приведу определения из признанных источников:

Физическая энциклопедия [15]: Сила в механике — величина, являющаяся основной мерой механического действия на данное материальное тело других тел. Это действие вызывает изменение скоростей точек тела или его деформацию и может иметь место как при непосредственном контакте (давление прижатых друг к другу тел, трение), так и через посредство создаваемых телами полей (поле тяготения, электро-магнитное поле). Сила  $\vec{F}$  — величина векторная и в каждый момент времени характеризуется численным значением, направлением в пространстве и точкой приложения. Сложение сил производится по правилу параллелограмма. Действующая сила может быть постоянной (сила тяжести), а может определенным образом зависеть от времени (переменное электро-магнитное поле), скорости (сила сопротивления среды) и положения в пространстве точки приложения силы (сила тяготения). . . Измерение сил производят статическим или динамическим методами. Статический метод основан на уравновешивании измеряемой силы другой, заранее известной. Динамический метод основан на законе динамики  $m\vec{a} = F$ , позволяющем, если известна масса  $m$  тела и измерено ускорение  $\vec{a}$  его свободного поступательного движения относительно инерциальной системы отсчёта, найти силу  $\vec{F}$ .

Инертная масса — это физическая величина, характеризующая динамические свойства тела. Инертная масса входит во второй закон Ньютона (и, т. о., является мерой инерции тела). Равна гравитационной массе.

В.А.Касьянов [16]: Сила — векторная физическая величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет форму и размеры.

Масса тела — физическая величина, характеризующая меру инертности тела.

Е.И.Бутиков, А.С.Кондратьев [17]: Таким образом, определение силы в механике должно отвечать только на вопрос, как *измерить* силу и каковы ее *свойства*. . . Для измерения сил на основе явления упругой деформации можно поступить следующим образом. Выберем в качестве эталона некоторую пружину и по определению будем считать, что при растяжении на некоторую заданную длину пружина действует на прикрепленное к ее концу тело с силой  $\vec{F}_0$ , направленной вдоль оси пружины. Будем также считать, что две любые силы равны и противоположно направлены, если при одновременном действии только этих двух сил тело в инерциальной системе отсчета остается в покое или движется равномерно и прямолинейно. В соответствии с этим определением эталон силы можно воспроизвести в любом числе экземпляров. . .

Таким образом, коэффициент пропорциональности между ускорением и силой связан с определенным физическим свойством тела. Это свойство называется *инертностью*. . . Физическая величина, количественно характеризующая свойство инертности тела, — это *масса* или *инертная масса*.

Д.Джанколи [14]: Более корректным [чем с помощью динамометра в статике (С.К.)] способом определения силы (динамическим, а не статическим) является сам второй закон Ньютона. Чтобы определить величину и направление действия данной силы  $\vec{F}$ , нужно дать ей подействовать на тело известной массы  $m$  и измерить полученное телом ускорение  $\vec{a}$ . Тогда по определению  $\vec{F}$  равна произведению  $m$  на  $\vec{a}$ . Таким образом, согласно этой точке зрения, второй закон Ньютона следует рассматривать не как закон, а как определение силы. . .

Масса является мерой инертности тела.

Д.В.Сивухин [13]: Мера инертности тела называется массой. . . Таким образом, по определению отношение масс двух материальных точек равно взятому с противоположным знаком отношению приращений скоростей этих точек в результате взаимодействия между ними. . .

Функция координат и скорости материальной точки  $\vec{F}(\vec{r}, \vec{v})$ , определяющая производную ее импульса по времени, называется *силой*.

Отметим, что определения количественных величин в классической физике должны указывать на принципиальный способ количественного измерения этих величин опытным путем, хотя и не должны сводиться к одним только правилам измерения. Определение В.А.Касьянова для силы и определение массы, как "меры инертности" такого способа не дают. Определения Д.Джанколи и Д.В.Сивухина для силы, по существу, подразумевают, что второй закон Ньютона является определением силы.

Способы измерения массы, описанные у большинства авторов (и у Михаила), разумеется, задействуют либо второй, либо третий закон Ньютона.

Способ измерения силы, цитированный по книге Е.И.Бутикова и А.С.Кондратьева, совпадает с тем, который предлагает Михаил Голодняк в своей части дискуссии. Кроме того, в книге этих авторов имеется небольшой раздел, посвященный логической структуре механике в целом. Для экономии места я буду комментировать их позицию, с которой, как я полагаю, Михаил в общем и целом согласен.

Цитированное место из книги [17] о том, что определение силы сводится к рецепту для ее измерения, выражает основное положение научной философии, называемой *операционализмом*. Общее слабое место операционализма, на мой взгляд, заключается в том, что *определение общего понятия подменяется частной процедурой измерения*. Разумеется, практически можно строить физику на таких основаниях, но надо отдавать себе отчет в двух практически неизбежных его последствиях:

1) неизвестные физические особенности измерительной установки и договоренности измерительной процедуры закладываются в фундаментальные физические понятия с

самого начала. Это обстоятельство можно сформулировать и по-другому: сама измерительная аппаратура — та самая конкретная, с помощью которой мы даем операциональные определения, — навсегда останется тривиальным "черным ящиком" для исследователя: в нем никогда не будет обнаружено никаких отклонений по определению, даже если на самом деле такие отклонения там будут заметны невооруженным взглядом.

2) Если использовать принципиально другое устройство для измерения-определения того же понятия с другими договоренностями измерительной процедуры, то физические законы, полученные в терминах величин, взятых из одной процедуры, будут в лучшем случае лишь приближенно совпадать с аналогичными законами в терминах величин из другой процедуры. Помимо проблемы прецизионных измерений это обстоятельство имеет важное принципиальное значение и означает, что *число "различных физик" будет совпадать с числом различных операциональных определений величин*, т.е. по сути будет бесконечным.

В случае определения силы с помощью пружинного динамометра мы предполагаем (чтобы это знать наверняка, надо провести исследования, а понятийного аппарата у нас еще нет), что материал пружины:

- а) упругий;
- б) не обладает памятью (коэффициент жесткости не зависит от истории загрузок и разгрузок пружины);
- в) не подвержен влиянию внешних полей;
- г) определяет упругие свойства пружины независимо от способа закрепления концов пружины;
- е)...

...

В действительности, как это хорошо известно из сопромата и теории материалов (которые, конечно, построены в рамках неоперациональной физики), все перечисленные факторы имеют место и влияют на результат измерений, хотя и незначительно, но принципиально. Механика, целиком построенная на основе измерений с одной уникальной пружинкой, обладающей таким довольно богатым набором свойств, в некоторых ситуациях окажется тривиальной — в исследованиях примерно таких же пружин, а в других — очень запутанной. Кроме того, процедура определения силы, которую предлагают Михаил и авторы книги, является статической, а силы входят в закон Ньютона, который является, вообще говоря, динамическим. Будет ли движущаяся пружина действовать на прикрепленное к ней тело с той же силой, что и неподвижная, если деформации пружин одинаковы? — Нет, потому что пружина обладает длиной и массой, распределенной вдоль нее. При неравномерном движении в пружине неизбежно возникают колебания, которые приводят к колебаниям силы вдоль длины пружины. Таким образом, в задачах динамики общая деформация пружины не определяет силу на ее конце и наоборот. Чтобы выяснить эти нюансы, надо провести исследования, а понятия еще не сформированы и т.д.

Несмотря на все высказанные возражения, можно принять операциональную точку зрения и вполне можно принять даже обсуждаемую здесь конкретную "пружинную" точку зрения на силу. При этом только зафиксированная процедура измерения возводится в ранг физического принципа! Я не думаю, что этот принцип будет лучше (в смысле проще и удобнее), чем принцип в форме второго закона Ньютона.

Далее в разделе "Логическая структура динамики" авторы [17] пишут:

Можно сформулировать законы динамики таким образом, чтобы определить массу независимо от второго закона. . . Не опирающееся на второй закон Ньютона определение массы может быть основано на использовании третьего закона. При таком подходе третий закон динамики формулируется как утверждение, что при любом взаимодействии двух тел отношение модулей их ускорений есть постоянная для этих тел величина, которая по определению принимается равной обратному отношению их масс:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}. \quad (9)$$

... теперь это соотношение по определению, без помощи второго закона Ньютона, позволяет выразить массы всех тел через массу некоторого тела, принятого за эталон массы.

В такой формулировке механики взаимозависимость основных понятий и законов, очевидно, остается. При этом простые рассуждения обнаруживают, что третий закон Ньютона в форме (9) не является экспериментально проверяемым, т.е. оказывается принципом. Трудности, которые возникают при попытке проверить формулу (9) — того же характера, что и для закона инерции. В последнем случае практически невозможно гарантировать полную компенсацию сил, а первом — практически невозможно выделить в чистом виде взаимодействие пары тел. Дело в том, что на опыте измеряются полные ускорения, а не "парциальные" (т.е. обусловленные взаимодействием данного тела с каким-то определенным другим телом). Проблема организовать взаимодействие исключительно пары тел и скомпенсировать взаимодействие с другими телами — ничуть не проще, чем экспериментальная проблема организовать свободное движение одного тела. Я еще раз подчеркиваю, что речь идет не о степени малости поправок, а о принципиальных возможностях, поскольку мы определяем первичные фундаментальные понятия механики.

Таким образом, **попытки рассматривать принципы Ньютона как законы, на самом деле, являются попытками заменить эти принципы другими принципами, возможно выражающими определенные научно-философские позиции (операционализм и эмпиризм).** Далее я постараюсь показать, что принципы механики Ньютона сформулированы очень удачно, так что они "успешно справляются" с большинством мыслимых тестовых ситуаций в теории и эксперименте. Напротив, большая часть альтернативных принципов содержит логические и методологические изъяны.

### 3.5 Одномерный мир.

Я проиллюстрирую возможности принципов Ньютона в игрушечном 2-мерном пространстве событий, элементами которого являются пары  $(t, x)$  — момента времени и координаты точки на прямой. Хотя в этом мире воспроизводятся не все особенности 3-мерной механики Ньютона (здесь, например, все силовые поля, зависящие только от координаты — потенциальны), но все существенные моменты, важные в контексте нашей дискуссии, в этом мире легко наблюдать. Итак, пусть 1-мерные существа, — назовем их для краткости *наблюдателями* — вооружившись (1-мерными!) принципами Ньютона, производят разного рода механические эксперименты и фиксируют их результаты с помощью средств геометрии и анализа. Наблюдая за поведением некоторого фиксированного пробного тела в некоторой окрестности прямой, они в выбранной ими системе отсчета (изначально неизвестно — инерциальна она или нет) получают некоторое семейство законов движения:  $x(t) = f(x_0, \dot{x}_0, t)$ . Здесь  $x_0, \dot{x}_0$  — начальные значения координаты и скорости, которые выбирались в процессе эксперимента различными. Дифференцируя полученную зависимость по времени, можно получить систему дифференциальных следствий закона движения:

$$x(t) = f(x_0, \dot{x}_0, t); \quad \dot{x}(t) = \dot{f}(x_0, \dot{x}_0, t); \quad \ddot{x}(t) = \ddot{f}(x_0, \dot{x}_0, t); \quad \dddot{x}(t) = \dddot{f}(x_0, \dot{x}_0, t); \quad \dots, \quad (10)$$

где во всех выражениях справа стоят известные функции переменных  $x_0, \dot{x}_0$  и  $t$ . Рассмотрим первое и второе уравнение этой цепочки. Может случиться так, что условия разрешимости этой пары уравнений относительно начальных данных  $x_0, \dot{x}_0$  выполнены<sup>14</sup>. Тогда, разрешая эти уравнения относительно  $x_0$  и  $\dot{x}_0$  и подставляя полученные

<sup>14</sup>На всякий случай напомним, что локально эти условия имеют вид:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_0} & \frac{\partial f}{\partial \dot{x}_0} \\ \frac{\partial \dot{f}}{\partial x_0} & \frac{\partial \dot{f}}{\partial \dot{x}_0} \end{vmatrix} \neq 0.$$

выражения в третьем уравнении (10), мы получим соотношение вида:

$$\ddot{x}(t) = F(x, \dot{x}, t) \quad (11)$$

— т.е. соотношение вида второго закона Ньютона с конкретным выражением для силы (с точностью до некоторого коэффициента — см. далее). Как видим, в общем случае эта сила может зависеть от координат, скорости и времени. А что делать, если наблюдатели обнаружат вдруг, что система первого и второго уравнений неразрешима относительно начальных переменных? Их механика Ньютона рухнет? — Нисколько! Им всего лишь потребуется исследовать на разрешимость первое и четвертое уравнение бесконечной системы (10) или ее второе и четвертое уравнения<sup>15</sup>. Если окажется, что разрешима система первого и четвертого уравнения, то эксперименты придется переделать. Поскольку теперь в выражение для силы оказывается вовлеченной производная третьего порядка, начальные условия  $\{x_0, \dot{x}_0\}$  не образуют полный набор: в начальный момент требуется задавать еще и вторую производную  $\ddot{x}_0$  (в предыдущих экспериментах она не фиксировалась в начальный момент и зависимость траекторий от нее не была замечена). Новая более тщательная серия экспериментов даст наблюдателям зависимость вида  $x(t) = f(x_0, \dot{x}_0, \ddot{x}_0, t)$ , где мы для экономии обозначений сохраняем старое обозначение  $f$ , хотя функция  $f$  будет уже, вообще говоря, другая. Расписывая как и прежде дифференциальные следствия этой зависимости, выражая, если позволяют новые условия разрешимости, из системы  $x(t), \dot{x}(t)$  и  $\ddot{x}(t)$  начальные параметры и подставляя их в уравнение для  $\ddot{x}(t)$ , мы получим уравнение второго закона Ньютона в виде:

$$\ddot{x} = F(x, \dot{x}, \ddot{x}, t). \quad (12)$$

Если условия разрешимости не выполняются, то следует перейти к высшим производным и повторить все описанные выше шаги, повышая точность экспериментов и увеличивая на единицу число начальных данных. На  $n$ -ом шаге будем иметь:

$$\ddot{x} = F(x, \dot{x}, \ddot{x}, \dots, x^{(n+1)}, t), \quad (13)$$

где  $x^{(n+1)} \equiv d^n x(t)/dt^n$ . Таким образом, описанная процедура позволяет записать на языке сил и ускорений практически любую мыслимую экспериментальную ситуацию. Правда, начиная со второго шага роль обычного ускорения несколько меняется и запись в виде (12) становится не очень естественной. Более естественная форма выглядела бы так:

$$\ddot{x} = \tilde{F}(x, \dot{x}, \ddot{x}, t).$$

При этом принцип относительности и первый закон Ньютона также удобнее было бы модифицировать: новый принцип относительности говорил бы наблюдателям о том, что все равноускоренные системы отсчета равноправны, а первый закон Ньютона говорил бы им, что свободное тело движется равноускоренно. В нашем реальном мире, однако, вклад высших производных в уравнения движения мал во всех встречающихся на практике ситуациях, поэтому удобнее сохранить форму (12) и стандартные принцип относительности вместе с первым закон Ньютона.

Вернемся, однако, к самому первому шагу. Поскольку условие разрешимости имеет вид неравенства, его невыполнимость приводит к некоторому равенству — уравнению

---

Если это неравенство имеет место при всех значениях переменных  $x_0, \dot{x}_0$  и  $t$ , то система первого и второго уравнений в (10) определяет систему функций  $x_0 = \phi(x, \dot{x}, t)$  и  $\dot{x}_0 = \chi(x, \dot{x}, t)$ .

<sup>15</sup> Логичнее, конечно, рассмотреть пары 1-3 или 2-3 уравнений, но ведь мы придерживаемся сейчас взгляда на второй закон как принцип, согласно которому именно вторая производная должна выражаться через характеристики движения. Здесь уместно сделать замечание в адрес мнения Михаила, будто бы в механике Ньютона независимость сил от производных выше первой является обязательным требованием. Такая зависимость не нарушает ни одного из основных принципов механики. Более того, она встречается в гидродинамике (в виде т.н. присоединенной массы тела, обтекаемого нестационарным потоком) и в электродинамике (в виде силы радиационного трения).

в пространстве переменных  $\{x_0, \dot{x}_0, t\}$ . Это уравнение описывает некоторую поверхность в этом пространстве, совокупность точек которой образует особые точки системы, подлежащей разрешению. Множество точек этой поверхности имеет меру нуль (лемма Сарда), следовательно, почти наверное, систему почти всегда удастся разрешить. Тогда наблюдатели могут обратиться к более детальному анализу правой части (11). Во-первых, может оказаться, что с хорошей степенью точности зависимость  $F(x, \dot{x}, t)$  представима в следующем более конкретном виде:

$$F(x, \dot{x}, t) = F_1(x + X(t), \dot{x} + \dot{X}(t), t) - \ddot{X}(t), \quad (14)$$

где  $F_1$  — некоторая функция, которая очень слабо зависит от своего последнего аргумента. Другими словами, наблюдатели могут столкнуться с ситуацией, когда почти вся зависимость силы от времени определяется посредством некоторой известной функции  $X(t)$  и ее производных так, как указано в формуле. Тогда, наблюдателям естественно принять точку зрения о том, что их система отсчета неинерциальна: она движется по закону  $X = X(t)$ . В новой системе отсчета, связанной с предыдущей преобразованием:  $x'(t) = x(t) + X(t)$ , уравнения движения принимают вид:

$$\ddot{x}'(t) = F_1(x', \dot{x}', t),$$

где силовая функция  $F_1$  уже очень слабо зависит от времени. Анализируя оставшуюся зависимость  $F_1$  от  $t$ , наблюдатели могут попытаться еще более упростить выражение для силы за счет аналогичного перехода к новой системе отсчета, связанной с каким-то более глобальным движением по их 1-мерному миру и т.д.<sup>16</sup>

Далее, наблюдатели могут экспериментировать с разными телами. При этом может обнаружиться, что для различных тел — например, тел  $1, \dots, N$  — выражения для силовой функции с хорошей степенью точности пропорциональны друг другу:

$$\ddot{x}_1(t) = F_1(x_1, \dot{x}_1, t); \quad \dots \quad \ddot{x}_N(t) = F_N(x_N, \dot{x}_N, t) \quad \text{при этом} \quad F_i = \alpha_i F_1, \quad i = 2, \dots, N, \quad (15)$$

где  $\alpha_2, \dots, \alpha_N$  — некоторые константы. Это обстоятельство является ключевым для введения понятия массы. Принимая за эталон массу тела 1, наблюдатели могут ввести массу посредством соотношения:  $\alpha_i = 1/m_i$ . При этом уравнение движения для любого из тел примет стандартный вид:

$$m_i \ddot{x}_i = \Phi(x_i, \dot{x}_i, t)$$

где  $\Phi = m_i F_i$  — самая настоящая сила. Дальнейшие простые исследования могли бы обнаружить аддитивна масса или нет. В последнем случае перед наблюдателями возникла бы задача найти закон неаддитивный закон сложения масс. В случае, если коэффициенты  $\alpha_i$  оказались бы универсальными функциями координат или скоростей, наблюдатели могли бы сформулировать концепцию массы, зависящей от положения или скорости. Структура уравнений с такой массой усложнилась бы, но эта концепция все равно была бы полезной. Наконец, если бы все  $\alpha_i$  оказались бы зависящими от координат и от скоростей произвольно, концепция массы оказалась бы бесполезной и от нее вообще бы пришлось отказаться.

<sup>16</sup>Здесь уместно сделать комментарий в адрес мнения, высказанного Михаилом о том, что силы в механике Ньютона не должны зависеть от времени. Такая зависимость вполне возможна, как минимум, по трем причинам:

1) механическая система не замкнута и ее влияние на окружение мало. Тогда динамика окружения отщепляется от динамики системы и влияние окружения на систему как раз удобно описывать силами, зависящими от времени

2) из-за учета глобальных процессов, связанных с космологическим расширением, на языке законов динамики Ньютона;

3) из-за космологической эволюции фундаментальных констант взаимодействия.

Разумно допустить, что *фундаментальные силы и взаимодействия не должны зависеть от времени*, однако в контексте стандартной космологии это допущение будет справедливым вообще говоря лишь приближенно.



Можно было бы обсудить и другие гипотетические ситуации в одномерном мире наблюдателей (например, связанные с запаздыванием взаимодействий, третьим законом Ньютона, 1-мерной теорией относительности и 1-мерной космологией). **Шаг за шагом, следуя выбранным принципам механики, наблюдатели строили бы последовательную картину своего мира на языке этих принципов.** Для построения понятной и непротиворечивой картины, им следовало бы продвигаться вперед очень осторожно. При этом то "естественное огрубление", которое вносят измерительные приборы на каждом этапе истории науки наблюдателей являлось бы не только несомненным минусом, но и несомненным плюсом, так как оно позволяло бы наблюдателям продвигаться вперед, последовательно осознавая более тонкие детали окружающего мира. **Лишь несомненные логические противоречия, если бы они возникли в такой картине — например, реальное отсутствие у материальных точек одновременных координат и скоростей — могло бы послужить серьезной основой для изменения принципов механики.**

### 3.6 Аксиоматика и третий закон Ньютона.

Аксиоматический подход к любому разделу физики позволяет, прежде всего, прояснить логическую структуру теории и математически строго определить ее понятийный аппарат. Его необходимость и даже желательность, однако, возникают не с момента зарождения физической теории, а уже после того, как в ней накопилось достаточно решенных и нерешенных проблем, появились эквивалентные и не вполне эквивалентные формулировки и, наконец, когда теория, благодаря своим предсказаниям или хотя бы своей объяснительной силе обнаружила свою согласованность с экспериментами. Бесспорно, классическая механика уже давно такова и в этом смысле аксиоматическая формулировка ее основных положений — вполне актуальная и очень интересная задача. Однако, не следует забывать, что любая аксиоматическая физическая теория — это в значительной мере новый раздел математики, чем физики. Все физическое содержание теории можно найти в общепринятой эвристической формулировке, которая ближе к истории теории, к мыслям ее творцов и эксперименту. Искать в аксиоматической формулировке каких-то новых качественных прорывов в понимании физической сущности теории — задача безнадежная, поскольку строгая математика позволяет лишь систематизировать то, что было уже известно и, возможно, сократить объем учебников и монографий. По этим соображениям, на мой взгляд, точка зрения Михаила, согласно которой трудностей с определением силы и массы можно избежать, если полностью перевести динамику Ньютона в аксиоматику, — не решает реальных проблем. Она, в лучшем случае, слегка "маскирует" их. Математик, в отличие от физика, вовсе не обязан всякий раз обдумывать свой очередной результат исследований на предмет его "физического смысла". Физик же знает, что на каком бы высоком уровне абстракции он бы не оказался в своих теоретических построениях, когда-нибудь придется вернуться назад и посмотреть — есть ли связь с "землей", т.е. с экспериментом. Другими словами, для математика это означает, что вместе с точкой в конце последней аксиомы — не важно откуда и как они получены, важно чтобы они были полны и непротиворечивы — заканчивается и физическая составляющая теории и начинается чистая математика, вполне подобная геометрии Евклида. Математику для его работы, по большому счету, не важно, какое реальное содержание вкладываются в понятия силы и массы и вообще имеется ли оно. Если Михаил имел ввиду такое чисто математическое решение проблемы с определениями, то это все равно, что решать проблемы с экологией простым переездом в другой город. Проблемы с экологией в первом городе от этого не исчезнут, просто их будут решать другие.

После этих общих замечаний обратимся теперь к аксиоматике классической механики Ньютона. Задача об отыскании минимального достаточного числа аксиом, которые образуют непротиворечивую систему — не так уж проста. Кроме того в формулировках самих аксиом мы должны позаботиться о максимальной ясности и недвусмысленности

понятий и утверждений. Ниже я привожу одну из аксиоматик (Нолла), разработанную школой американских математиков [18] вместе с небольшими пояснениями к ним.

Первая группа аксиом (их шесть) называется аксиомами тел.

Механическая вселенная  $\Omega$  состоит из *тел*  $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \dots$ . Знак  $=$  означает тождество тел, а если тело  $\mathcal{A}$  является частью тела  $\mathcal{B}$ , то это записывается так:  $\mathcal{A} \prec \mathcal{B}$ . Отношение  $\prec$  наделяет  $\Omega$  структурой *частичного порядка*, со следующими свойствами (аксиомы тел):

**Аксиома Т1:**  $\mathcal{A} \prec \mathcal{A}$  (любое тело является частью самого себя);

**Аксиома Т2:** Если  $\mathcal{A} \prec \mathcal{B}$  и  $\mathcal{B} \prec \mathcal{A}$ , то всегда  $\mathcal{A} = \mathcal{B}$  (любое тело не является частью никакой другой своей части);

**Аксиома Т3:** Если  $\mathcal{A} \prec \mathcal{B}$  и  $\mathcal{B} \prec \mathcal{C}$ , то всегда  $\mathcal{A} \prec \mathcal{C}$  (часть от части некоторого тела также является его частью).

*Соединением* тел  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$  называется тело  $\mathcal{A} \vee \mathcal{B}$ , для которого  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$  являются его частями и которое является частью любого другого тела, для которого  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$  являются частями.

Аналогично, *наложением тел*  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$  называется тело  $\mathcal{A} \wedge \mathcal{B}$ , которое является частью как  $\mathcal{A}$  так и  $\mathcal{B}$  и для которого любая другая общая часть  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$  является его частью.

Трудселл в [18] приводит достаточно абстрактный пример вселенной, в которой из существования частичного порядка не следует существования наложений и соединений и в которой наложение не совпадает с привычным пересечением множеств.

Тело  $\emptyset$  называется *нулевым*, если оно является частью любого другого тела из  $\Omega$ . Тело  $\infty$  называется *всеобъемлющим*, если любое тело из  $\Omega$  является его частью.

Нулевое и всеобъемлющее тело необходимы для формального замыкания алгебры тел и если в исходной вселенной их не было, то ее всегда можно пополнить такими телами.

Тела, которые не имеют общих частей кроме  $\emptyset$  называются *отделенными*.

**Аксиома Т4:** Для любого тела  $\mathcal{A}$  из  $\Omega$  существует единственное тело  $\mathcal{A}^e$ , называемое *внешностью* тела  $\mathcal{A}$ , такое, что

$$\mathcal{A} \wedge \mathcal{A}^e = \emptyset, \quad \mathcal{A} \vee \mathcal{A}^e = \infty.$$

**Аксиома Т5:** Единственными телами, отделенными от  $\mathcal{A}^e$ , являются части тела  $\mathcal{A}$ .

Интересно, что несмотря на то, что имеется доказательство независимости этой аксиомы от предыдущих, не построено ни одного явного примера, иллюстрирующего этот факт.

**Аксиома Т6:** Для любой пары тел из  $\Omega$  наложение всегда существует.

Вторая группа аксиом относится к телам с массой (аксиомы массы).

Масса тела  $\mathcal{A}$  — это значение  $M(\mathcal{A})$  некоторой функции  $M$ , определенной на вселенной тел с массой  $\Omega_M$ , удовлетворяющей следующим свойствам:

**Аксиома М1:** Для всякого тела  $\mathcal{A}$  из  $\Omega_M$   $0 \leq M(\mathcal{A}) \leq \infty$ ;

**Аксиома М2:**  $\mathcal{A} \in \Omega_M \Rightarrow \mathcal{A}^e \in \Omega_M$ ;  $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2 \in \Omega_M \Rightarrow \mathcal{A}_1 \vee \mathcal{A}_2 \in \Omega_M$ .

**Аксиома М3:** Если  $\mathcal{A}_1$  и  $\mathcal{A}_2$  — отделенные друг от друга тела с массой, то

$$M(\mathcal{A}_1 \vee \mathcal{A}_2) = M(\mathcal{A}_1) + M(\mathcal{A}_2).$$

Другими словами, масса является мерой на телах вселенной. При этом *принцип сохранения массы* выражается тем обстоятельством, что масса приписывается непосредственно телам.

Третья группа аксиом связана с силами и их свойствами (аксиомы сил).

Рассмотрим множество пар отделенных тел из  $\Omega$ . Такое множество можно обозначить как  $(\Omega \times \Omega)_0$ .

**Аксиома F1:** Существует отображение  $\mathbf{f} : (\Omega \times \Omega)_0 \rightarrow \mathcal{V}_f$ , где  $\mathcal{V}_f$  — трехмерное векторное евклидово пространство (пространство сил). Вектор  $\mathbf{f}(\mathcal{A}, \mathcal{B})$  называется *силой*, с которой тело  $\mathcal{B}$  воздействует на  $\mathcal{A}$ .

**Аксиома F2:**  $\mathbf{f}(\mathcal{A}_1 \vee \mathcal{A}_2, \mathcal{B}) = \mathbf{f}(\mathcal{A}_1, \mathcal{B}) + \mathbf{f}(\mathcal{A}_2, \mathcal{B})$  (принцип аддитивности силы).

**Аксиома F3:**  $\mathbf{f}(\mathcal{B}, \mathcal{A}_1 \vee \mathcal{A}_2) = \mathbf{f}(\mathcal{B}, \mathcal{A}_1) + \mathbf{f}(\mathcal{B}, \mathcal{A}_2)$  (принцип суперпозиции силы).

В обеих формулировках  $\mathcal{A}_1$ ,  $\mathcal{A}_2$  и  $\mathcal{B}$  — попарно отделенные тела.

Если ввести равнодействующую силу  $\mathbf{f}(\mathcal{A}, \mathcal{A}^e)$ , действующую на некоторое тело  $\mathcal{A}$  со стороны его окружения, то, вообще говоря, эта равнодействующая не будет удовлетворять свойству аддитивности:

$$\mathbf{f}(\mathcal{A}_1 \vee \mathcal{A}_2, (\mathcal{A}_1 \vee \mathcal{A}_2)^e) = \mathbf{f}(\mathcal{A}_1, (\mathcal{A}_1 \vee \mathcal{A}_2)^e) + \mathbf{f}(\mathcal{A}_2, (\mathcal{A}_1 \vee \mathcal{A}_2)^e). \quad (16)$$

Нолл доказал замечательную теорему: *система сил во вселенной удовлетворяет условию*

$$\mathbf{f}(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = -\mathbf{f}(\mathcal{B}, \mathcal{A}), \quad (17)$$

если равнодействующая аддитивна, т.е. если для всяких попарно отделенных тел выполняется (16). В контексте нашей дискуссии этот важный результат лишний раз подчеркивает то обстоятельство, что законы Ньютона являются принципами. В данном случае теорема Нолла обнаруживает, что третий закон Ньютона выступает как следствие очень мощных общих принципов аддитивности и суперпозиции. Вот что по этому поводу написал сам Трусделл:

Раньше соотношение (17) в некоторых частных случаях выводилось из некоей туманной "аксиомы", называемой законом "равенства действия и противодействия", относительно которой считалось, что она выражает содержание третьего закона Ньютона. . . Приведенные выше рассуждения показывают, что эта аксиома эквивалентна аддитивности результирующих сил, независимо от возможных соотношений между силами и движениями [18]

**Аксиома F4:** Для каждого  $\mathcal{A} \in \Omega$  функция  $\mathbf{f}(\cdot, \mathcal{A}^e)$  является векторнозначной мерой на  $\mathcal{A}$ .

Последняя аксиома позволяет вычислять силы с помощью интегральных мер на теле.

Предпоследняя группа аксиом — аксиомы динамики. Они следуют после довольно тщательных определений системы отсчета, конфигурации, законов преобразования скоростей и ускорений, сил, определений импульсов, моментов и энергии, которые в общем и целом повторяют известные формулировки и которые мы здесь не приводим. Далее звездочка будет отмечать величины, задаваемые в какой-то новой системе отсчета.

**Аксиома 1:** Масса не зависит от системы отсчета:  $M = M^*$  (инвариантность массы).

**Аксиома 2:** Сила не зависит от системы отсчета:  $\mathbf{f}^* = Q\mathbf{f}$ , где  $Q$  — ортогональное преобразование пространства (ковариантность силы). Другими словами, *силы являются тензорами относительно ортогональных преобразований координат пространства*.

В контексте нашей дискуссии интересно привести взгляд математика К. Трусделла на понятие силы, которое он высказывает к примечанию к этим аксиомам:

Все без исключения традиционные способы изложения оснований механики оставляют понятие силы затененным интуицией. Иные даже питают иллюзию, что сила

представляет собой выводимое понятие, существование которого вытекает из некоторых таинственных манипуляций с потенциальными функциями, вариационными принципами и магическими "δ". В традиционных изложениях приходится делать какие-то предположения относительно сил, потому что ничто не получается из ничего, но это молчаливые, если не вообще скрывающиеся предположения. Современные воззрения на основания механики возвращаются к точке зрения Ньютона и Эйлера: сила является основным, *априорным* понятием в механике. Ньютон и Эйлер оставляли силы, как и многие другие вещи, в значительной мере неформализованными. Сегодня мы применяем в механике метод Гильберта, принятый повсеместно в остальных разделах математики и состоящий в том, что всякий объект, который входит в математическую структуру, должен быть описан явными формальными аксиомами, устанавливающими математические свойства объекта, что позволяет доказывать теоремы об этом объекте... [18]

Хочется сделать маленькое добавление к этим мыслям математика: если бы "затемненные физической интуицией" механические концепции Ньютона не появились бы в свое время на свет, то математикам не на чем было бы оттачивать свою строгость. Математика в принципе способна изучать любые логически непротиворечивые структуры, но наиболее интересные и поддающиеся изучению структуры в подавляющем большинстве случаев приходят к ней из физики и из практики. О доминирующей роли интуиции в самих математических исследованиях писали сами математики (А. Пуанкаре, Ж. Адамар).

**Аксиома 3:** При всяком соотношении сил телам мощность системы сил, действующих на каждое тело, не зависит от системы отсчета<sup>17</sup> (инвариантность работы):  $\dot{A} = \dot{A}^*$ .

**Аксиома 4:** Существует система отсчета (инерциальная), такая, что если на некотором открытом интервале времени  $\mathbf{p}(\mathcal{B}) = \text{const}$ , то на этом интервале  $\mathbf{f}(\mathcal{B}, \Sigma^e) = 0$  и наоборот (первый закон Ньютона).

Здесь  $\mathbf{p}(\mathcal{B})$  — импульс тела  $\mathcal{B}$ ,  $\Sigma$  — некоторая подсистема  $\Omega$ , включающая тело  $\mathcal{B}$ , которая подлежит изучению.

**Аксиома 5:** В инерциальной системе отсчета  $\mathbf{f}(\mathcal{B}, \Sigma^e) = \dot{\mathbf{p}}(\mathcal{B})$  (второй закон Ньютона).

И, наконец, последняя группа аксиом, — аксиомы энергии, которые связывают механику с термодинамикой и делают ее логически замкнутой в отношении процессов с диссипацией механической энергии.

**Аксиома 6** Внутренняя энергия тела  $E$  и мощность тепловыделения  $\dot{Q}$  не зависят от системы отсчета.

**Аксиома 7**  $\dot{E} = \dot{A} + \dot{Q}$  (первое начало термодинамики в дифференциальной форме).

Таким образом, в аксиоматике Нолла имеется: 6 аксиом тел, 3 аксиомы масс, 4 аксиомы сил, 5 аксиом динамики и 2 аксиомы энергии. Итого: 20 аксиом. Я специально привел здесь полный список аксиом, чтобы проиллюстрировать, главным образом, две вещи:

а) свое содержательное начало аксиомы получают от "наивной" (эвристической) формулировки механики, восходящей к классикам. Никаких новых смыслов мы не получаем путем упорядочивания наших знаний с помощью аксиом.

б) несмотря на предыдущий пункт, аксиоматика несомненно полезна. Она обнаруживает новые и довольно неожиданные связи между понятиями и формулировками и позволяет анализировать мыслимые ситуации в механике с самых общих позиций.

<sup>17</sup>Во избежании недоразумений, я обращаю внимание читателя на то обстоятельство, что Трусделл рассматривает силы инерции на равных правах с прочими силами, в том числе и в отношении возможности производства ими работы. Без учета этого обстоятельства требование инвариантности мощности читателю, искушенному примерами теореме, могло бы показаться ошибочным.

Кроме того, если мы хотим обобщить механику на те ситуации, в которых она явно не применима, то перед нашими глазами имеется полный набор аксиом, любую из которых можно менять независимо от остальных и анализировать тот логически непротиворечивый мир, который будет при этом получаться. Возможно, что надлежащий переход от классической механики к квантовой можно легко осуществить, изменив лишь небольшое число понятий и аксиом классической механики, а не формулировать аксиомы квантовой механики с самого начала независимо, как это принято делать при традиционном изложении квантовой теории.

Анализируя с позиций аксиоматики Нолла систему пяти аксиом Михаила, которую он приводит в своем тексте, можно прийти к выводу, что она в одних своих положениях не полна, а в других — избыточна. Например, аксиома 4, постулирующая конкретный вид сил — излишняя, поскольку этот конкретный вид берется из наблюдений и эксперимента и должен постоянно уточняться. Возводить в ранг аксиом приближенные экстраполяции опытных данных — слишком "неэкономично" для аксиоматического подхода. С другой стороны, важные принципы аддитивности сил и принципы их суперпозиции совсем не отражены в аксиоматике Михаила.

Как я уже говорил, аксиомы, в отличие от теорем, можно менять достаточно произвольно. Иногда из таких экспериментов с аксиомами получаются открытия. Пример: пятый постулат Евклида и неевклидовы геометрии. Однако случайная подстановка аксиом вряд ли приведет к красивой и содержательной теории, поэтому в аксиоматике и ее эволюции тоже есть своя внутренняя логика, отказ от которой скорее всего заведет нас в дебри теорий невероятно сложных или даже противоречивых. Несложный анализ примера мира с модифицированным третьим законом Ньютона, который приводит и анализирует Михаил, обнаруживает, что с точки зрения наших обычных представлений о силах этот мир противоречив. Предположим, что мы рассматриваем взаимодействие двух тел, масса одного из которых в 1.5 раза больше массы другого. Согласно одной из формулировок нового третьего закона, сила взаимодействия для обоих тел направлена от тела с меньшей массой к телу с большей массой. Но ничто не мешает нам мысленно рассматривать тело с большей массой как состоящее из двух половинок, масса каждой из которых меньше массы тела с меньшей массой. Сила взаимодействия этого тела с каждой из половинок при таком способе рассуждений направлена противоположно тому направлению, которое получилось при первом способе рассуждений. Если принцип аддитивности сил в таком мире остается в силе, то *мир оказывается внутренне противоречивым*. Изменить же правило сложения сил таким образом, чтобы при сложении двух параллельных векторов получить вектор, ориентированный противоположно слагаемым — значит очень серьезно изменить аксиомы векторного пространства и линейной алгебры. В частности, новое правило аддитивности не является даже непрерывным, а значит, во всяком случае, не является линейным! Замечу, что пример Михаила хорошо иллюстрирует цитированную выше теорему Нолла в действии.

### 3.7 Миры гиперньютонa

Вопрос о существовании в мирах с высшими производными<sup>18</sup> круговых орбит можно проанализировать в достаточно общей постановке. Напомним, что при равномерном вращательном движении точки по окружности радиуса  $R$  с угловой скоростью  $\omega$  (против часовой стрелки) вектор мгновенной скорости повернут на  $90^\circ$  против часовой стрелки по отношению к мгновенному радиус-вектору положения точки, вектор мгновенного ускорения повернут относительно скорости на  $90^\circ$ , вектор мгновенного второго ускорения (вторая производная скорости) повернут на угол  $90^\circ$  относительно первого ускорения и т.д. При этом модуль каждой следующей производной радиус-вектора по времени получается из модуля предыдущей умножением на  $\omega$ . Лучшее всего это обстоятельство иллюстрируется в комплексном представлении закона движения:

$$z(t) = x(t) + iy(t) = R(\cos(\omega t) + i \sin(\omega t)) = Re^{i\omega t}.$$

<sup>18</sup>В терминологии Михаила — это миры гиперньютонa.

В таком представлении очевидно:

$$z^{(n)}(t) = (i\omega)^n R e^{i\omega t} = (i\omega)^n z(t) = i\omega z^{(n-1)}(t), \quad (18)$$

что равносильно словесным формулировкам, приведенным выше<sup>19</sup>. Здесь  $z^{(n)}(t)$  —  $n$ -ая производная комплексного радиус-вектора по времени ( $(n-1)$ -ое ускорение). Если теперь предположить, что второй закон Ньютона имеет вид:

$$z^{(n)}(t) = F(|z|)z/|z|$$

(сила, зависящая только от расстояния  $|z|$  от точки до силового центра и направленная по линии, их соединяющей, определяет  $(n-1)$ -ое ускорение ( $n \leq 2$ ) точки), то для движения по круговой орбите  $|z| = R = \text{const}$  (с учетом (18)), получаем:

$$i^n \omega^n z(t) = F(R)z/R. \quad (19)$$

Равенство фаз комплексных выражений справа и слева (при условии, что ускорение направлено к центру) возможно лишь при  $n = 4k - 2$ , ( $k$  — положительное целое), а равенство модулей — при условии:  $\omega^n R = F(R)$ . Предположим, что сила зависит от расстояния по степенному закону:  $F = \alpha/R^m$ , где  $\alpha$  — константа. Тогда условие для модулей примет вид:

$$\omega^{4k-2} R^{m+1} = \alpha = \text{const}. \quad (20)$$

Таким образом, *круговые орбиты возможны для миров с высшими производными  $n = 4k - 2$  и невозможны при всех остальных порядках производных* (в том числе и в случае миров с первой и третьей производной, которые исследовали Михаил со своим учеником).

На первый взгляд, выражение (20) противоречит наблюдаемому третьему закону Кеплера, который можно записать в виде:  $\omega^2 R^3 = \text{const}$ . И могло бы показаться, что это обстоятельство свидетельствует в пользу второго закона как закона, а не принципа: ведь путем сравнения с наблюдениями мы должны остановиться именно на мире со вторыми производными ( $k = 1$ ). Но не будем спешить с выводами. *Точка зрения на второй закон Ньютона как на принцип допускает смену принципов, но такая смена обязательно подразумевает и смену законов!* Действительно, не трудно заметить, что при  $m = 6k - 4$  соотношение (20) принимает с точностью до переобозначения константы вид третьего закона Кеплера:  $\omega^2 R^3 = \alpha^{1/(2k-1)} = \text{const}$ . Таким образом, за счет модификации законов можно добиться согласования новых принципов с наблюдениями. Конечно, следует позаботиться о согласовании новых принципов со всеми фактами небесной механики (например, с первым и вторым законами Кеплера). Эта задача, возможно, будет трудна и потребует более существенной модификации привычного выражения для сил гравитации. Но она, в принципе, выполнима. Эллипсы можно описывать и в рамках дифференциальных уравнений высших порядков, для которых могут существовать аналоги законов сохранения энергии и момента импульса. Просто такое описание не будет привычным для нас и, скорее всего, не будет простым. Это означает только, что *у нас нет оснований менять принципы динамики для описания движения небесных тел солнечной системы, хотя такое движение могло бы быть описано и на основании других принципов.*

### 3.8 О существовании в физике

Обсуждая первый закон Ньютона и ситуацию с пространственными аномалиями, Михаил затронул один интересный вопрос, который я бы переформулировал в общем виде

<sup>19</sup>Напомню, что умножение комплексного числа на  $i$  геометрически означает поворот соответствующего комплексного радиус-вектора на  $\pi/2$  против часовой стрелки на комплексной плоскости.

так: каковы вообще в физике критерии существования того или иного объекта? Михаил предлагает даже возвести в ранг аксиомы требование, чтобы существование какого-нибудь тела мы могли доказать каким-нибудь отличным от силового взаимодействия методом. В качестве примера предлагается электромагнитный способ. Но если перенести акцент со слова "сила" на слово "взаимодействие", то становится понятным, что никакого другого способа, кроме как заставить объект провзаимодействовать с другим объектом, у нас не существует. Просто при визуальном или радарном наблюдении мы используем электромагнитное взаимодействие. Можно наблюдать за гравитационным действием объекта (для черных дыр — это один из основных способов их "увидеть"). Можно, если объект доступен, просто потрогать его рукой, но это снова будет электромагнитное взаимодействие молекул объекта с молекулами рецепторов нашей кожи. Новые элементарные частицы мы сегодня распознаем по их взаимодействию с другими частицами. Никаких специфических механических сил (имеющих неэлектромагнитную или негравитационную природу) нет, поэтому требование аксиомы существования не осуществимо на практике.

Можно развить наши рассуждения дальше. С точки зрения физики в буквальном смысле существует все то, что обладает *неотрицательной энергией*. При этом за нуль принимается энергия вакуума. В некоторых чисто теоретических задачах встречаются конфигурации материи и полей взаимодействия, в которых эти поля имеют отличную от нуля напряженность, но их тензор энергии-импульса обращаются в нуль. Такая ситуация возможна для полей, имеющих неположительно-определенный тензор энергии-импульса (некоторые скалярные поля или первично-квантованное спинорное поле Дирака). Эта интересная возможность, однако, до сих пор имела чисто теоретический смысл, важный для уточнения наших исходных формулировок и дальнейшего развития теории. По большому счету, мы конечно, не можем быть уверенными в том, что духовые поля не обнаруживают себя. Но мы уверены в другом: *любая неотрицательная энергия, так или иначе, обнаруживает себя*. Согласно общей теории относительности, взаимодействуют не массы, а именно энергии. Поэтому, к примеру, безмассовые нейтрино гравитационно взаимодействуют друг с другом, хотя и чрезвычайно слабо.

### 3.9 Еще раз о массе

Кроме формально математического и операционального подхода к определению массы, существует другая точка зрения на это понятие, основанная на представлениях теории относительности. Я говорил о ней во второй лекции. В настоящем сборнике находится перевод оригинальной статьи [19], в которой эти идеи были высказаны впервые. В общих чертах эта точка зрения заключается в следующем. Согласно представлениям СТО, мы живем в 4-мерном пространстве-времени Минковского, в котором все четыре независимых направления имеют меру длины (временное направление имеет меру длины  $c\Delta t$ , где  $\Delta t$  — промежуток времени, измеренный по часам некоторой системы отсчета). В таком мире даже покоящаяся точка вычерчивает след — историю своего существования, которая называется мировой линией. На самом деле, мировые линии — это не геометрические линии, а физические объекты, имеющие ненулевую толщину — размер в пространственных направлениях, которые можно представлять себе как тонкие упругие нити. В 4-мерном мире Минковского эти нити "заморожены", т.е. неподвижны, а мы — наше восприятие, сознание, — движемся и в поле нашего зрения попадаем все новые и новые участки нитей, которые, если мировые линии тел наклонены к нашей мировой линии, мы воспринимаем как движущиеся тела. В поле нашего зрения в каждый момент попадает пространственный срез нити. Для описания неподвижных в 4-мерном смысле нитей естественно использовать статику, которая также обязана быть 4-мерной. При этом наряду с обычными пространственно-подобными силами, с которыми мы имеем дело в классической механике Ньютона, возникают и времениподобные силы, действующие вдоль мировых линий. Их можно понимать как силы натяжения мировых линий. Оказывается, классическая механика Ньютона воспроизводится, если

считать, что мировые линии обладают столь сильным натяжением, что их 4-мерные упругие свойства целиком и полностью обусловлены этим натяжением, а собственные жесткость на изгиб и кручение пренебрежимо малы. Сильно натянутые маломерные объекты в теории упругости и сопромата называются струнами (1-мерные объекты) и мембранами (2-мерные объекты). Для нашего случая, ситуация с классическими 1-мерными струнами вполне аналогична с растянутыми мировыми линиями в 4-мерном мире. При этом масса и выступает, с точностью до множителя, в качестве силы натяжения струны. Ведь и обычную растянутую струну тем труднее сдвинуть в сторону, чем больше ее сила натяжения. Для струны, искривленной под действием сил, можно записать 1-мерный аналог формулы Лапласа. 4-мерное обобщение этой формулы и принимает вид второго закона Ньютона.

Таким образом, в предлагаемой картине динамические уравнения имеют вид статических; отдельного понятия массы нет, а есть только 4-силы и законы статики. Обсуждаемая точка зрения, детали которой можно найти в оригинальной статье, позволяет по новому взглянуть на природу законов механики, взаимодействия и причинности. Эта точка зрения бросает новый свет на проблему измерения массы: все наши эксперименты оперируют с пространственноподобными силами, в то время как масса имеет смысл времениподобной силы. Такая сила недоступна непосредственному экспериментальному измерению по соображениям причинности и непрерывности историй тел!

## 4 Краткие комментарии (Михаил Голодняк)

Свои краткие комментарии я также расположил не в хронологическом порядке, а, скорее, по степени общности и сложности затрагиваемых тем.

1) Я предложил вводить динамическое описание ИСО не в первом, а во втором законе Ньютона. Первый закон тогда утверждает лишь то, ИСО существует. Этот шаг значительно снимает напряженность вопроса опытной проверки первого закона Ньютона, но он был совершенно проигнорирован Сергеем. Хотелось бы спросить, почему?

2) Я считаю требования аксиомы существования вполне осуществимыми практически. Об этом говорит наш жизненный опыт. Электромагнитное давление в подавляющем большинстве задач, решаемых классической механикой таково, что считаться с ним не приходится. Надо иметь в виду, что аксиоматика моделирует действительность, но не является ей самой, поэтому разумные приближения необходимы и вполне допустимы. С другой стороны, я признаю законное право на существование попыток обойтись без этой аксиомы.

3) Я не сказал бы что вращение системы отсчета "относительно себя" отличается ясностью. Подобные идеи, изложенные недостаточно детально, всегда вызывали у меня довольно эмоциональную реакцию. Если среди предполагаемой аудитории журнала могут быть и школьники (как это заявлено) то хорошо бы прояснить данный момент. В свою очередь, можно отреагировать на это утверждение достаточно формально:

**Жесткая система отсчета абсолютно неподвижна относительно самое себя.**

Убедиться в отсутствии подобной системы в мире аномалии можно и без тензорного анализа. Для этого достаточно взять пару метеоритов равных масс, расположенных симметрично относительно аномалии и покоящихся в начальный момент времени. Среди СО, содержащих центр масс системы свободных тел, согласно механике Ньютона, должна найтись ИСО, что очевидно не будет верным в случае аномалии. Можно приписать ускорения тел их взаимодействию друг с другом, но такое взаимодействие, в общем случае, будет противоречить третьему закону Ньютона, а вне аномалии, по непонятным причинам, исчезнет.

4) Я не формулировал принципа суперпозиции явно, поскольку во втором законе Ньютона под силой понимаю равнодействующую. Такая трактовка довольно общепринята, она экономит время и бумагу. Но, разумеется, у меня нет никаких принципов



альных возражений против того, чтобы сформулировать принцип суперпозиции явно. Принцип аддитивности я, по сути, рассматривал как эквивалентный принципу суперпозиции, поскольку сила, действующая на часть тела, считается приложенной и ко всему телу, а материальная точка может и вовсе не иметь частей. С другой стороны, согласно теореме Нолла, третий закон Ньютона следует из аддитивности равнодействующей. Тогда и свойство аддитивности должно следовать из принципа суперпозиции и третьего закона. И это действительно так. Для доказательства возьмем тело  $\mathcal{A}$ , состоящее из частей  $\mathcal{A}_1$  и  $\mathcal{A}_2$ , на которые со стороны тела  $\mathcal{B}$  действуют силы, соответственно  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ . Тогда, по третьему закону Ньютона и принципу суперпозиции, на тело  $\mathcal{B}$  действует сила

$$\vec{F}_B = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2). \quad (21)$$

Значит, снова по третьему закону Ньютона, на тело  $\mathcal{A}$  действует сила

$$\vec{F}_A = \vec{F}_1 + \vec{F}_2, \quad (22)$$

чего и требует принцип аддитивности. Честно говоря, я не очень-то беспокоился о том, чтобы приведенная мной система аксиом не была избыточной, главное было - сделать ее по возможности полной. Но как видим, если оставить третий закон Ньютона, то без принципа аддитивности можно обойтись. А оставить именно его имеет смысл еще и потому, что он утверждает единство природы сил взаимодействия пары тел и отсутствие у них момента, чего, как я понимаю не дает теорема Нолла. Я согласен с Сергеем, что мой пример неньютонова взаимодействия тел разных масс - хорошая иллюстрация теоремы Нолла. Тут мы неплохо дополнили друг друга.

5) Обязательное наличие в механике Ньютона сил, не зависящих явно от времени не исключает присутствие также и сил, которые от времени явно зависят. Также, в качестве аргумента, сила может содержать производные радиус-вектора высших порядков. Все это допускает приведенная мной аксиоматика. Сама аксиома IV является наиболее гибкой частью предложенной аксиоматики. Можно вообще не приводить выражений конкретных сил, а постулировать лишь их существование, предполагая дополнение аксиоматики при решении конкретных задач. Так поступил Колмогоров при аксиоматическом построении теории вероятности. Разница же между мирами Ньютона и гиперньютонна в этом контексте следующая. В мире Ньютона третья производная радиус-вектора может быть аргументом силы в отдельных случаях. В свою очередь в мире Гиперньютонна аргументы гиперсилы определяют третью производную радиус-вектора во всех случаях. Я согласен с Сергеем, что систему динамических уравнений рывка всегда можно попытаться решить относительно ускорения. Но различия останутся, поскольку в мире гиперньютонна начальные ускорения являются начальными условиями, не определяемыми из системы динамических законов. В качестве примера "неподходящих" условий можно взять все тот же рисунок 3, только теперь тела не будут взаимодействовать друг с другом и разлетятся с постоянными ускорениями. И, по крайней мере, в момент, изображенный на рисунке, подобрать ньютонову ИСО не удастся. В силу произвольности начальных ускорений в гравитационном мире гиперньютонна также невозможно получить ньютонову силу как функцию только относительного расположения тел. Что же касается третьего закона Кеплера, то удовлетворить ему в мире Гиперньютонна не получится, поскольку нами заранее выбраны  $m=2$  и  $n=3$ . И, как легко видеть, система

$$\begin{cases} 6k - 4 = 2; \\ 4k - 2 = 3; \end{cases}$$

решения не имеет. Я, и это принципиально, предполагал изменение порядка второго закона при сохранении закона гравитации. Можно также показать, что в действительности (мира гиперньютонна) круговые планетарные орбиты, с центром в звезде невозможны. Для этого нужно продифференцировать вектор полного ускорения планеты,

сначала полагая  $R = \text{const}$ . Полученное соотношение для рывка имеет вид:

$$\ddot{\vec{r}} = 3v\dot{\vec{n}} + \left( \ddot{v} - \frac{v^3}{R^2} \right) \vec{\tau}, \quad (23)$$

где  $\vec{\tau}, \vec{n}$  — единичные направляющие векторы касательной и главной нормали к траектории. Предполагая в полученном выражении, что  $|\ddot{\vec{r}}| = (\ddot{\vec{r}})_n$  и учитывая, что  $|\ddot{\vec{r}}| = \gamma M/R^2$ , можно получить зависимость модуля скорости от времени:

$$v(t) = \sqrt{\frac{2\gamma M}{3R}t + v_0^2},$$

где  $v_0$  — начальная скорость. Отсюда

$$\ddot{v} = - \left( \frac{\gamma M}{3R} \right)^2 \left( \frac{2\gamma M}{3R}t + v_0^2 \right)^{-3/2} < 0$$

Отрицательность  $\ddot{v}$  делает невозможным обнуление тангенциальной составляющей рывка. Полученное противоречие доказывает отсутствие в мире гиперньютонных круговых планетарных орбит, с центром в звезде. Похоже, выкладки, проделанные Сергеем, по сути, доказывают то же.

6) Нет никакой необходимости измерять все силы одной пружиной, массы — одними весами. Это, возможно, но неудобно. Практическая проверка механики Ньютона сталкивается в этом плане совсем с другим запретом:

**Бессмысленно проверять выполнение законов Ньютона в весах и динамометрах, поскольку эти законы являются принципами действия данных устройств. Во всех остальных случаях, подлежащих рассмотрению в классической механике, выполнение законов Ньютона служит критерием их истинности.**

Слово "принцип", заметим, имеет здесь вполне определенное значение. Еще раз подчеркну, что

**определение массы и силы в классической механике формулируется посредством всей системы ее аксиом.**

7) Тот факт, что система аксиом механики Ньютона, помимо определения фундаментальных понятий, образует проверяемую на опыте систему законов, является вторым объединением в аксиоматике. Первым, напомним, было тождество описания и объяснения. Очевидно, такое положение дел свойственно любой аксиоматической теории реальности, в том числе, геометрии. Недавно мне попалось высказывание А Пуанкаре относительно истинности евклидовой геометрии. Он полагает, что "Вопрос лишен смысла. . ." [20, с.259]. Что имел в виду великий математик? Если рассматривать геометрию в качестве абстрактной логической схемы, то так оно и есть. Но, господа конвенционалисты, я вынужден напомнить о буквальном значении названия этой дисциплины. Помимо абстрактной логически-понятийной схемы евклидову геометрию без преувеличения можно назвать физикой пространства Галилея-Ньютона. И в этом смысле вопрос о ее истинности очень даже имеет смысл!

8) Несколько слов по поводу приведенной мной аксиоматики в целом. Она вносит ряд уточнений в формулировку основных положений механики Ньютона, не слишком меняя их традиционный вид. Думаю, это неплохой компромисс между желаемым и действительным, между строгостью и ясностью, в особенности для школьного курса механики. Сергей привел пример еще более строгого подхода, что выбрать — дело вкуса. Также, парафразируя К.Трусделла, хочется сказать, что логическая аксиоматизация механики вовсе не затеняет физическую интуицию. Эти два способа познания должны идти рука об руку, по возможности соединяясь в одной личности. Интуиция при этом

— первая. Но за ней неизбежно должна следовать "железная" логика, сортируя, оттачивая и упорядочивая находки интуиции — только так возможны завершённые теории. Может быть, единственное, чего не хватает механике Ньютона в традиционном виде - завершающей аксиоматизации, которую физики не очень-то хотят проводить, то ли в силу потери интереса к "старым" теориям, то ли в силу иных особенностей "физического" мышления.

9) Я не утверждал, что законы Ньютона применимы ко всей Вселенной. Напротив, я всячески подчеркивал, что это не имеет принципиального значения. Не надо вообще гоняться за всей Вселенной. Механика Ньютона отлично работает на Земле и, весьма неплохо, в пределах Солнечной системы, наверное та же ситуация в любых других планетарных системах, типа Солнечной - здесь ей и место! Может быть, стоило несколько аккуратней определить область применения механики Ньютона - согласен. Но речь не о том, где эта механика работает, а где нет, а о том возможна ли ее экспериментальная проверка. Также я не отрицаю возможности обобщения законов Ньютона до формально-теоретических правил мышления, которые вполне разумно назвать принципами. Собственно, они уже являются таковыми в пределах классической механики, что, заметим, нисколько не мешает им быть аксиомами. Пример формального обобщения классических законов - соответствие основного уравнения динамики Ньютона и Эйнштейна, тут я полностью согласен с Сергеем. Но на этом пути нас подстерегают сразу две пары Сцилл и Харибд. С одной стороны, с повышением общности аксиом, теория становится менее уязвимой к возможным фальсификациям. С другой - при этом образуется "вакуум частных случаев", который с неизбежностью будет заполнен прежними законами. С одной стороны, в качестве правил мышления, принципы способны подсказать формальные ходы, продуктивные для развития научной мысли. С другой - они же могут оказаться и тормозом, если мы упрямо не захотим расставаться со своими принципами, в то время как природа настоятельно потребует пересмотра, хотя бы некоторых из них. Пример тому - кризис науки, а, если смотреть шире - кризис цивилизации:

10) Так что же такое принципы? Возможно это все-таки аксиомы, хотя и довольно общего характера. С другой стороны, если "удачность" принципов не случайна, то можно попытаться ее доказать. В случае успеха принципы станут все-таки теоремами, однако, успех не гарантирован. В любом случае, принципы, хотя бы "слабо", фальсифицируемы, кажется, этого не отрицает и Сергей. Однако, что он имеет в виду, когда утверждает, что принципы - "это положения более фундаментального характера, чем просто аксиомы" и что "они логически ниоткуда не выводимы"? Может быть, по его мнению, они не являются ни аксиомами, ни теоремами? Но тогда чем же они являются? Вопросы, вопросы, вопросы. . . Снова проблема в нечетком определении предмета дискуссии, нравится нам это, или нет. Но пока есть то, что есть. Лично я в определении Сергея усматриваю намек на нечто трансцендентное, независимое от физического, может быть даже, недоступное полному осмыслению, но, все же, данное нам: кем? Если идти последовательно этим путем, мы приходим к идеализму Канта. Последний, в частности, относил положения геометрии к априорно-синтетическим суждениям, то есть тем, которые расширяют наше знание, но не выводятся из опыта [21]. На мой взгляд, это перекликается с представлениями Сергея. Не пытается ли он, таким образом, распространить данное утверждение и на механику, тем более что в настоящее время она все более развивается в направлении геометрии. Но, я думаю, сам Кант вряд ли сильно обрадовался бы геометризации современной физики, ведь в качестве подтверждения своих представлений о пространстве он рассматривал единственность и всеобщность законов геометрии, разумеется, евклидовой. . . В этой связи я хотел бы задать последние несколько вопросов. а) Возможны ли вообще содержательные суждения о действительности, верные а priori? б) Возможно ли провести четкую грань между тем что в законах природы от самой природы, а что от ума? Именно попытки четко отделить одно от другого породили в философии нового времени множество -измов, эхо борьбы между которыми не затихает до сих пор. Но философы, кажется, осозна-

ли пагубность такого положения дел и худо-бедно нащупали иные стези развития. А физики?

В завершение я также хотел бы поблагодарить Сергея за предложение придать письменный вид нашей дискуссии и за место, предоставленное им на страницах данного журнала. Это не просто формальный жест уважения, поскольку дискуссия, являясь отличной гимнастикой для ума, способствовала систематизации моих представлений в области классической механики, которые я давно уже хотел привести в порядок.

## 5 Краткие ответы (Сергей Кокарев)

Как уже, наверное, заметил читатель, плоскость нашей дискуссии выходит далеко за рамки чистой физики. Любое непредвзятое продумывание законов классической механики (и любого другого раздела физики) с общих позиций неизбежно выводит нас за рамки обсуждения конкретных формул или экспериментов и выводит в область философии и методологии науки. При этом в зависимости от изначальных личных философских установок, которые есть у всех — даже у тех, кто отрицает свою приверженность к какой-либо философии (таких людей иногда называют *позитивистами*) — выводы могут быть самыми разными. И даже прямо противоположными. К моей радости, в нашей дискуссии с Михаилом, нам, как мне кажется, удалось найти точки соприкосновения наших позиций, хотя, по всей видимости, остаются и серьезные расхождения. Я постараюсь дать, по-возможности, краткие ответы на комментарии Михаила, которые, надеюсь, более отчетливо обозначат сходство и различие наших позиций.

1) Я не вижу принципиальной разницы в стандартных формулировках первого и второго законов Ньютона, и в формулировках Михаила, в которой часть утверждений из первого закона, перенесена во второй. Концепция ИСО остается прежней и вопрос об экспериментальном доказательстве ее существования остается не менее проблематичным. Кроме того, вводится дополнительная характеристика жесткости, которая без указания каких-то реперных конструкций (например, метрики) и экспериментальных критериев жесткости остается неопределенной. Вот если бы, к примеру, Михаил в своей аксиоме II убрал слова "со стороны других тел" и "разрешил" бы силе не всегда подчиняться третьему закону Ньютона — это была бы действительно другая формулировка механики, отличная как от стандартной, так и от предлагаемой мной. На стандартном языке она включала бы в себя на равных правах и силы инерции. Второй закон служил бы для определения силы, но тогда концепция ИСО была бы в этой формулировке вообще излишней.

2) Если сформулировать "аксиому существования" как "принцип объективности", заключающийся в том, что любая реальность проявляет себя не единственным образом, и потому доступна для изучения самыми различными способами, которые в совокупности дают максимально полную картину об объекте, — то против такого принципа не поспоришь. Он неявно используется в любых исследованиях, особенно в тех, которые лежат на переднем крае науки.

3) В принципиальном плане можно обойтись и без тензоров. Пусть в пространстве задано движение некоторого тела, являющегося телом отсчета некоторой системы отсчета. Наглядно это движение будет изображаться системой траекторий точек, из которых состоит это тело отсчета (рис.3). Рассмотрим в некоторый момент времени, который можно принять за нулевой, пару соседних точек этого тела. Пусть расстояние между этими точками в этот момент будет равно  $\delta s_0$ . Проследим за движением этих точек вдоль их траекторий от начального момента вплоть до момента времени  $t$ . В этот момент эти точки окажутся, вообще говоря, на другом расстоянии  $\delta s_t$ . Величина  $\Delta_t = \delta s_t - \delta s_0$ , зависящая от времени  $t$  и пары точек и является количественным критерием жесткости системы отсчета. Если  $\Delta_t$  обращается в нуль для всех моментов времени и всех пар точек тела отсчета, то система отсчета, ассоциированная с этим телом отсчета, и называется жесткой. Величина  $\Delta_t$  связана с тензором деформаций системы отсчета простым соотношением. Я еще раз подчеркну, что  $\Delta_t$  существенным

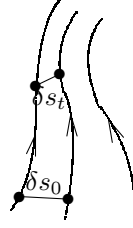


Рис. 3: К определению деформирующейся и жесткой системы отсчета

образом зависит от двух вещей: характера движения системы отсчета, т.е., по существу, поля ее скоростей и фоновой геометрии (метрики), которая позволяет нам записывать расстояния. Одна и та же система отсчета может быть жесткой по отношению к одной метрике и деформирующейся по отношению к другой. Слова "относительно самой себя" я использовал только в том смысле, что при фиксированной геометрии, жесткость системы отсчета или ее деформируемость определяются однозначно по полю ее скоростей. В теории относительности система отсчета отождествляется с таким полем скоростей ([10]). Строго говоря, система отсчета является жесткой или не является таковой лишь по отношению к определенной метрике. То же самое по большей части относится к ускорению и вращению.

4) О том, что третий закон Ньютона сильнее, чем каждый из принципов суперпозиции, аддитивности и аддитивности равнодействующей я писал в своей третьей лекции. Ясно (хотя у Трусделла этой выкладки нет), что третий закон Ньютона для вращательного движения или, отсутствие момента, как называет его Михаил, вытекает из принципов аддитивности и суперпозиции моментов и аддитивности равнодействующего момента, которые в свою очередь вытекают в силу определений из соответствующих принципов для сил. Пусть заинтересованный читатель сам убедится в этом. Таким образом, формулировки с принципами или с третьим законом Ньютона — эквивалентны. Однако для теоретических исследований возможных миров удобнее брать в качестве базисных самые слабые принципы — число исследуемых таким образом миров будет максимальным, а их свойства можно исследовать с максимальной степенью детализации.

5) С точки зрения дифференциальных уравнений нет никакой принципиальной разницы между миром гиперньютонa и миром Ньютона с силой, содержащей третью производную. Любое общее решение обыкновенного дифференциального уравнения третьего порядка будет содержать три константы интегрирования независимо от того, с какой точки зрения мы на это уравнение смотрим. В мире Ньютона с силами, зависящими от третьей производной, нам также придется задавать произвольным образом начальные ускорения, чтобы получить единственное решение. Просто в обычных ситуациях зависимость решения от начального ускорения очень слабая. Если разрешить второй закон Ньютона с третьей производной в качестве аргумента силы относительно этой третьей производной, то мир Ньютона превратится в мир гиперньютонa тождественным переписыванием уравнений, как впрочем и наоборот. Поэтому можно всегда оставаться в мире Ньютона, допуская зависимость силы от высших производных. Замечу, что учет электромагнитного запаздывания, записанный на языке дифференциальных уравнений движения зарядов, приводит к дифференциальным уравнениям бесконечного порядка!

6) Не совсем понятно то "вполне определенное значение", которое Михаил вкладывает в слово "принцип" в выделенном фрагменте текста. Если принцип действия — это априорное утверждение, в духе моего определения принципа, то мы имеем дело с операционалистическим подходом к механике, который, несмотря на свое своеобразие, конечно, имеет право на существование. Критические замечания в адрес такого подхода я уже высказывал в предыдущей части, хотя на мой взгляд, этот подход был

бы логически единственно правильным в системе Михаила. Если под принципом действия понимается конкретное устройство приборов, описанное в терминах законов физики, то при таком понимании мы вместо обоснования обязательно столкнемся либо с тривиальной тавтологией, либо с необходимостью введения какого-то "метаязыка", не связанного с законами механики Ньютона. Ведь описание работы приборов будет производиться до того, как мы сформулируем выражения для конкретных законов механики, использующих понятия, определяемые с помощью этих приборов.

7) На мой взгляд, многие идеи А. Пуанкаре, которые повторяются в его поздних научно-философских трудах, намного опередили его время и в основном остаются неадекватно воспринятыми и сегодня. Я сделаю маленькое пояснение. В области математики А. Пуанкаре является общепризнанным основателем топологии — науки о наиболее общих свойствах объектов (многообразий, отображений), которые не изменяются при их непрерывных деформациях. Можно сказать, что топология — эта наиболее общая наука об инвариантах. В большом числе ситуаций именно топологические свойства (а не метрические, порядковые, гладкие) объектов являются определяющими. К сожалению, физического аналога топологии во времена А. Пуанкаре еще не было и, по всей видимости, нет и до сих пор. Я имею в виду раздел физики, который изучал бы самые общие свойства физических объектов, которые бы не зависели от того, какую теорию мы применяем для их описания. Пуанкаре сделал первый шаг и в этом направлении, когда обнаружил проблему условности какой-бы то не было геометрии. Как показывает его глубокий анализ, который проведен с блестящей полнотой и множеством примеров, геометрия не выводима из опыта. Другими словами, ни один эксперимент при его надлежащей интерпретации не сможет обнаружить неправильность одной геометрии и правильность другой. Таким образом, выбор геометрии — это вопрос удобства, а не вопрос для споров и "ломания копий". Геометрия — это сетка, которую мы сами набрасываем на мир для его количественного описания и которая, на несколько более высоком уровне абстракции, вполне родственна системе координат. Ведь мы же не убеждаем друг друга в том, что сферическая система координат является менее правильной, чем декартова! Пуанкаре показывает, что евклидова геометрия является выделенной в смысле ее удобства в мире, в котором существуют хотя бы приблизительно твердые тела. Развивая эти идеи далее, можно задаться вопросом: если геометрия условна, законы Ньютона (а может быть и не только они!) — это принципы, т.е. априорные конструкции нашего разума, то где же проходит граница между миром нашего мышления и окружающим миром, который оно познает? И существуют ли вообще в окружающем мире объекты или их отношения, которые "выживут" при любых "допустимых деформациях" наших теорий? На мой взгляд, физика в целом еще не созрела для ответов на эти вопросы, хотя отдельные рассеянные в литературе попытки таких ответов имеются.

8) С тезисами этого пункта я согласен полностью, только я не уверен, что объект с названием "завершенная теория" непротиворечиво существует.

9) Было бы очень интересно проследить историю принципов. Подозреваю, что как таковая... она отсутствует! Принципы нашего мышления живут если не вечно, то очень долго и отражают какие-то фундаментальные особенности нашего сознания, самосознания и мышления, которые у нас уже изначально есть и которые значительно определяют наше восприятие всего окружающего. Поэтому принципы — трудноуловимы и поэтому же принципы — неизбежны. Возможно, что более глубокое понимание законов окружающего мира приведет нас к очевидности ограниченности существующих принципов, но полный отказ от них будет, во всяком случае, очень болезненным. Замечу, что трудности теории относительности и квантовой теории связаны с тем, что мы переходим в новые области вместе со старыми принципами — даже эта ситуация очень болезненна! В этом нет ошибки как таковой, просто нужно быть готовым ко всякого рода "парадоксам" на этом пути, которые рождаются из столкновения новых теорий со старыми принципами.

10) Я бы не хотел в этой дискуссии сильно удаляться в плоскость философскую или

даже богословскую, хотя, на мой взгляд, надлежащее решение сформулированных Михаилом вопросов, по большому счету, возможно лишь там. Я полагаю, что антиномия "материализм-идеализм" является ступенькой в познании и самопознании и когда-нибудь она будет окончательно пройдена. Не исключаю, что не последнюю роль здесь может сыграть и фундаментальная физика. Вся западная философия, в том числе и "конвенционализм" Пуанкаре, пропитаны духом критицизма, что для секуляризованной от богословия науки вполне закономерно и даже желательно. Западный критицизм — это, с одной стороны, оздоравливающая прививка от научного догматизма и близорукости. Однако, у нее есть и побочные действия. Одно из главных — это та печать глобального критицизма, которую накладывает западная философия на все мировоззрение. Классическое западное научное мышление пропитано своеобразной "презумпцией недоверия" к миру и человеку, к его органам чувств и мышлению. Мировоззрение, построенное на таких основаниях, возможно и позволит избежать ошибок в научных исследованиях, но оно не позволит далеко продвинуться в позитивных и конструктивных утверждениях о мире. И — я не сомневаюсь в этом — на некотором этапе сыграет (или уже играет) роковую роль в истории познания!

После этого маленького введения (или заключения) я попробую ответить на вопросы Михаила:

а) Чтобы не провоцировать дальнейшую дискуссиию в этом сборнике, я отвечу так: возможность содержательных априорных суждений о мире — если бы таковые имелись — свидетельствовало бы о том, что между мышлением и бытием существует связь гораздо более глубинная, чем формальное соответствие логических схем и экспериментальных таблиц. Можно было бы даже сказать, что мы и мир — это "близкие родственники".

б) Думаю, что наша дискуссия достаточно ясно показывает, что четкое разграничение природы и наших правил мышления о ней не всегда так легко выполнимо, как могло бы показаться на первый взгляд.

## 6 Заключительные комментарии (Михаил Голодняк)

Уважаемый читатель! Если у Вас хватило терпения дочитать до этих строк, то, полагаю, мнения сторон Вам, в общем, ясны. Нет нужды повторяться и тем самым дальше испытывать Ваше терпение. Поэтому, прежде чем резюмировать мнения сторон, я хотел бы отметить лишь пару моментов, по поводу которых, как мне кажется, мы с Сергеем просто слегка недопоняли друг друга. По крайней мере, какая-то доля ответственности лежит здесь на мне, так что, покуда есть возможность, я хотел бы ею воспользоваться.

1) Я полностью согласен с Сергеем в том, что в мире Ньютона для силы, зависящей от рывка, нам также придется выбирать начальные ускорения. Но, в отличие от мира Ньютона, в мире гиперньютона можно выбрать начальные ускорения тел, не удовлетворяющие третьему закону Ньютона — именно это я имел в виду.

2) Для того, чтобы аксиоматически обнулить момент сил взаимодействия двух тел, необходимо как-то закрепить точку приложения силы. Теорема Нолла, даже вкуче с аксиомами суперпозиции и аддитивности такой возможности не дает. Все силы, на данном этапе аксиоматики Нолла, насколько я понимаю, остаются свободными векторами, и понятие момента вообще не имеет смысла. Ситуация, однако, меняется с ведением аксиомы меры (F4). Хотя лично для меня заманчива идея — представлять любую материальную точку, как не имеющую частей с вытекающим отсюда тождеством принципов аддитивности и суперпозиции. Естественно, как только мы мысленно разделим тело на части — оно перестанет быть материальной точкой. Но я вижу на этом пути и определенные трудности — здесь надо думать:

3) Под принципом действия устройства я понимаю физические законы, или систему аксиом, на которых на наш взгляд, основано его действие. Это вполне правомерно, поскольку, если какое-либо утверждение физики является верным, то оно должно быть

применимо и к измерительному устройству, подпадающему под область его применимости. С точки зрения логики, и физики, здесь, несомненно, тавтология — я этого не отрицаю. Как размыкается круг - мной также уже было сказано.

## 7 Заключительные комментарии (Сергей Кокарев)

В отличие от спора, дискуссия не предполагает в качестве конечной цели взаимное переубеждение сторон. Основной целью нашей дискуссии — как она видится мне — это озвучить различные позиции вместе с аргументами за и против. На мой взгляд, в целом эта задача выполнена, а у читателя, вполне возможно, наметились какие-то свои взгляды по обсуждаемым вопросам. Надеюсь, во всяком случае, что "первый шок" после объявления законов Ньютона принципами уже прошел. Принципы — это не ярлык и не чистая философия, а рабочий инструмент ученого, в котором он нуждается и которым снабжает его общекультурный контекст эпохи. Осознание принципов своей работы — это важный момент научного самосознания и самопознания, который имеет далеко идущие перспективы.

Теперь несколько слов по поводу комментариев Михаила. Интересно, что те практические ситуации, в которых встречаются силы с высшими производными (радиационное трение и присоединенная масса в гидродинамике), по всей видимости, не удовлетворяют третьему закону Ньютона.

Все определения понятий вращательной динамики опираются на понятия динамики поступательной, поэтому у Трусделла нет отдельных аксиом, связанных с моментами сил и моментами импульсов, хотя все их строгие определения у него имеются. Моменты сил и импульса можно определять и для изолированных точек или для систем таких точек и проверить отсутствие крутящей пары на точках. При переходе к сплошной среде принципиально ничего не меняется, — вместо сил появляется тензор напряжений, как векторнозначная линейная функция на элементарных площадках сплошной среды. Кстати, симметричность этого тензора гарантирует отсутствие локального внутреннего момента силы внутри сплошной среды.

Включение измерительной аппаратуры со всеми ее известными и неизвестными особенностями в контекст теории представляет собой нетривиальную и интересную в математическом и физическом плане задачу. Среди последних отечественных изданий в этой связи можно упомянуть интересную монографию Ю.П.Пытьева [22].

## 8 Резюме (Михаил Голодняк)

Может быть, это покажется неожиданным, но я готов согласиться с Сергеем в том, что законы Ньютона — это принципы нашего мышления об окружающем мире. Расхождение точек зрения остается в том, что, на мой взгляд, они являются также системой аксиом, верифицируемой и фальсифицируемой опытом. Похоже, мы также расходимся и в том, что на взгляд Сергея, сильно фальсифицируемая теория (если она вообще возможна) должна быть строго последовательной: сначала определения, затем независимые измерения, и только после этого законы. Я же полагаю, что в этом необходимости нет: сами аксиомы формулируются интуитивным путем из опытных фактов, однако, на выходе должен и может появиться вполне фальсифицируемый продукт. Право судить и формировать собственное мнение, мы, разумеется, оставляем читателю. В любом случае я считаю дискуссию бесполезной, поскольку она убедительно показала, что не все просто даже в тех областях физики, по поводу которых, казалось бы, давно уже не о чем спорить. Также немаловажным я считаю то, что дискуссия вывела нас на фундаментальные, философски звучащие вопросы, лежащие на стыке естественных и гуманитарных наук. Без их глубинного рассмотрения вряд ли возможна ясность по данной теме, как и по ряду других проблем современного естествознания. Само сочетание "на стыке" говорит нам об отсутствии или, по крайней мере, недостаточной



разработанности научной дисциплины, призванной эти проблемы решать. Может быть, пора ей появиться?

## 9 Резюме (Сергей Кокарев)

В конце я, как и Михаил, еще раз обозначу для ясности свое представление о грубой структуре физической теории:

?????????  $\Rightarrow$  принципы  $\Leftrightarrow$  аксиомы (неверифицируемое или слабо верифицируемое ядро)  $\Leftarrow$  законы (верифицируемое ядро)  $\Leftarrow$  наблюдения и эксперименты.

Здесь принципы и аксиомы объединены в неверифицируемое или слабо верифицируемое ядро теории. В формулировке Ньютона аксиомы механики (законы Ньютона) играют роль принципов, в более абстрактной формулировке Нолла "принципы запрятаны" в аксиомах. В моем понимании аксиомы — это математически формализованные принципы. Грубо говоря, принципы — это философия, а аксиомы — это физическая математика, которая ее выражает. В общем случае теория редко формулируется так, чтобы принципы отделялись от аксиом, поэтому я и объединяю их в одно неверифицируемое ядро теории. Это ядро без верифицируемого пополнения в виде физических законов работать не будет. Законы мы формулируем на языке аксиом-принципов, опираясь на опыт и наблюдения. Знаки вопроса слева символически означают "источник принципов" — это наша культура, философия и возможно еще что-то, о чем мы пока не знаем. Таким образом, *de facto*, не только наука является неотъемлемой частью современной культуры, но и культура является участником и незаметным "вдохновителем" науки на уровне ее фундаментальных принципов.

Михаил высказал интересные мысли по поводу пограничной научной дисциплины, стоящей на стыке естественных и гуманитарных наук. Я полагаю, что здесь не идет речь о курсе "Концепций современного естествознания", который давно стал предметом едких, но метких шуток студентов и преподавателей. Реальная проблема заключается в том, что у гуманитарных и естественных наук на данный момент слишком разные языки. Причиной тому, в свою очередь, является до сих пор неясный характер соотношения физического и психического в мире. Примером попытки найти единое начало для того и другого в контексте европейского рационального мышления является монадология Г.Лейбница, интерес к которой возможно возрастет, когда наука созреет до вопросов, находящихся "на стыке".

Мне представляется, что теория относительности и квантовая теория на сегодняшний день уже сами являются теми новыми "облачками", которые вместе с "грозой" научной революции принесут принципиально новое понимание вопросов бытия и мышления и новое освещение границ самой науки. Но это — тема отдельной дискуссии!

## Список литературы

- [1] С.С.Кокарев, Три лекции о законах Ньютона, сборник научных трудов РНОЦ "Логос", вып.1, 2006, с.45-72.
- [2] С.В.Громов, *Физика 10* М. Просвещение, 2002, с. 52
- [3] А.А.Пинский, *Физика 10 (4-е издание)* М. Просвещение, 1999. с. 21.
- [4] И.Ньютон *Математические начала натуральной философии*. Цит. По Б.И.Спасский, *История физики, ч. I* М. Высшая школа, 1977. с. 139.
- [5] К.Маркс, Ф.Энгельс, *Сочинения* т. 20, с.473. Цит. по И.А.Климишин, *Релятивистская астрономия* М. Наука, 1983. с. 61.

- [6] А.Д.Александров, А.Л.Вернер, В.И.Рыжик *Геометрия 10, 11* М. Просвещение, 1994. с. 50, 51.
- [7] И. К. Кикоин, А. К. Кикоин. *Физика 9* М. Просвещение, 1998. с. 55, 56.
- [8] Н.Ф.Овчинников, *Методологические принципы в истории научной мысли*, УРСС, 2003.
- [9] Б.Шутц, *Геометрические методы в математической физике*, М., Мир, 1984.
- [10] Ю.С.Владимиров, *Системы отсчета в теории гравитации*, М., Энергоиздат, 1982.
- [11] N.V.Mitskevich, *Relativistic Physics in Arbitrary Reference Frames*, gr-qc/9606051.
- [12] А.Пуанкаре, *Наука и гипотеза (в сб. статей "О науке")* М. Наука, 1990.
- [13] Д.В.Сивухин, *Общий курс физики, Механика*, М., Наука, 1979.
- [14] Д.Джанколи, *Физика (в 2-х томах)*, т.1, М., Мир, 1989.
- [15] *Физическая энциклопедия*, БСЭ, 2003.
- [16] В.А.Касьянов, *Физика 10*, М., Дрофа, 2002.
- [17] Е.И.Бутиков, А.С.Кондратьев, *Физика (для углубленного изучения)*, часть 1 (Механика), М.-СПб, Физматлит - Невский диалект - Лаборатория базовых знаний, 2001.
- [18] К.Трусделл, *Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред*, М., Мир, 1975.
- [19] S.S.Koikev, *Nuovo Cimento B* **116**, 915 (2001), gr-qc/0108007 (см. статью "Классическая динамика твердого тела как теория равновесия 4-мерных стержней" в настоящем сборнике)
- [20] Реале Д., Антисери Д., *Западная философия от истоков до наших дней*, т. 4. С-Пб, 1997.
- [21] И. Кант, *Критика чистого разума*. с.64. М. Мысль, 1994.
- [22] Ю.П.Пытьев, *Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем*, М., Физматлит, 2004.