КАК ПРЕВРАТИТЬ РЯД ФУРЬЕ В ИНТЕГРАЛ

Комплексная форма ряда Фурье имеет вид.

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k\, e^{-i\frac{k\pi}{L}x}$$

где

$$c_k = \frac{2}{L}\int_{-L}^{L} f(t)e^{i\frac{k\pi}{L}t}dt$$

Введем в рассмотрение

$$s = \frac{k\pi}{L}$$

Тогда

$$ds = \frac{\pi}{L}dk = \frac{\pi}{L}$$

Здесь $dk = 1$ так как k — целое число.

Непериодическую функцию можно рассмотреть как функцию с бесконечным периодом. В этом случае

$$f(x) = \lim_{L\to\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{2}{L}\int_{-L}^{L} f(t)e^{i\frac{k\pi}{L}t}dt\, e^{-i\frac{k\pi}{L}x} = \frac{2}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{ist}dt\right)e^{-isx}dx$$

Таким образом, интеграл Фурье имеет вид

$$f(x) = \frac{2}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{ist}dt\right)e^{-isx}dx$$

или

$$f(x) = \frac{2}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{is(t-x)}dt\,dx$$