

КАК ПРЕВРАТИТЬ РЯД ФУРЬЕ В ИНТЕГРАЛ

Комплексная форма ряда Фурье имеет вид.

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{-i\frac{k\pi}{L}x}$$

где

$$c_k = \frac{2}{L} \int_{-L}^L f(t) e^{i\frac{k\pi}{L}t} dt$$

Введем в рассмотрение

$$s = \frac{k\pi}{L}$$

Тогда

$$ds = \frac{\pi}{L} dk = \frac{\pi}{L}$$

Здесь $dk = 1$ так как k — целое число.

Непериодическую функцию можно рассмотреть как функцию с бесконечным периодом. В этом случае

$$f(x) = \lim_{L \rightarrow \infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{2}{L} \int_{-L}^L f(t) e^{i\frac{k\pi}{L}t} dt e^{-i\frac{k\pi}{L}x} = \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{ist} dt \right) e^{-isx} ds$$

Таким образом, интеграл Фурье имеет вид

$$f(x) = \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{ist} dt \right) e^{-isx} ds$$

или

$$f(x) = \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{is(t-x)} dt ds$$