

Гравитационное замедление времени в общей теории относительности

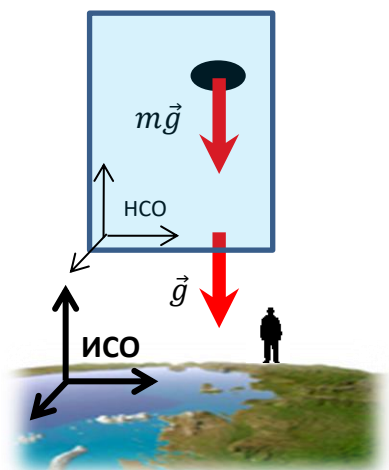
1. Принцип эквивалентности

Рассмотрение важнейшего принципа, общей теории относительности хотелось бы начать с описания ситуации хорошо знакомой каждому вдумчивому школьнику и тем более учителю физики. Для решения любой задачи механики нам необходимо выбрать систему отсчета. Если это задача динамики, то, как правило, система будет инерциальной. Существование таких систем постулирует первый закон Ньютона в его современной формулировке. При этом в законах Ньютона не содержится никаких конкретных указаний на то, какая система отсчета будет инерциальной. Определяя инерциальность системы отсчета, мы, по сути, решаем обратную задачу, стремясь объяснить характер движения любого тела в рассматриваемой СО действием на него других тел. Если это удастся, систему отсчета мы считаем инерциальной, и в качестве таковой уже используем при решении последующих задач. В качестве ИСО мы зачастую выбираем Землю (баллистическое движение, наклонная плоскость, блоки и т. п.). Однако вскоре выясняется, что при решении всех этих задач не учитывалось вращение Земли, приводящее к возникновению разнообразных сил инерции, вследствие чего Землю можно рассматривать в качестве ИСО лишь приближенно. Мы можем подыскать более подходящую систему отсчета, выбрав в качестве тела отсчета Солнце, однако и это будет приближением; тогда можно перейти к центру Галактики, Местной группе, Сверхскоплению в Деве и т. д. Но как бы далеко мы не продвинулись вглубь Вселенной, у нас никогда не будет 100% уверенности в том, что наша «ИСО» не вращается или не движется с ускорением в безбрежные просторы Вселенной. Складывается несколько неоднозначная ситуация: мы постулируем существование ИСО, однако, в действительности их никто не видел. И хотя тот факт, что мы с каждым разом обнаруживаем все более и более инерциальную систему отсчета (понимая, в чем была неинерциальность предыдущей) дает нам право так поступать, вполне закономерной представляется также попытка построить механику, не прибегая к понятию ИСО, по крайней мере, в том виде, в котором оно используется в механике Ньютона. Что же, посмотрим, насколько это возможно.

Рассмотрим свободное падение тела, находящегося (для наглядности) в свободно падающем лифте, с четырех разных точек зрения; рассмотрим их по порядку.

Первый способ описания хорошо знаком — это механика Ньютона; в качестве тела отсчета выбрана наша планета Земля (рис. 1, а). Связанную с ней СО, в упомянутом выше приближении, считаем инерциальной. Здесь на тело действует лишь сила тяжести со стороны Земли, поэтому тело движется с ускорением свободного падения — все просто, привычно, понятно. Второй способ — это также механика Ньютона, но уже модифицированная для использования в неинерциальной системе отсчета (НСО), в качестве тела отсчета теперь выберем лифт (рис. 1, б). Здесь ускорение тела равно нулю, поэтому, если для описания его движения мы хотим использовать все то же замечательное $\vec{F} = m\vec{a}$, нам придется ввести в рассмотрение силу, не связанную с действием каких-либо тел — *поступательную силу инерции*¹. Очевидно, она равна произведению массы груза на ускорение Земли относительно лифта. Таким образом, в НСО «Лифт» силу тяжести компенсирует поступательная сила инерции, поэтому ускорение тела равно нулю. Описание стало немного сложнее, но в чем-то оно удобней, ведь равномерное прямолинейное движение описывать куда проще, чем равноускоренное.

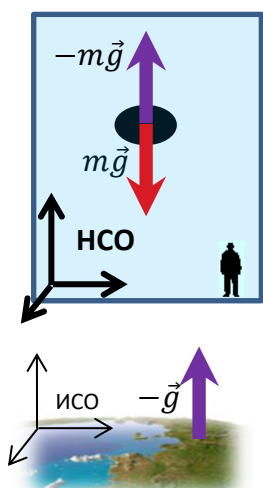
¹ Это лишь одна из разновидностей силы инерции. Она называется поступательной потому, что возникает в неинерциальных системах отсчета, движущихся относительно инерциальных поступательно.



Механика Ньютона, СО «Земля»:

$$m\vec{a} = m\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

Рис.1, а



Механика Ньютона: СО «Лифт».

$$\begin{cases} m\vec{a}' = m\vec{g} + \vec{F}_{\text{ин}}, \\ \vec{F}_{\text{ин}} = -m\vec{g} \end{cases} \Rightarrow \vec{a}' = 0$$

Рис.1, б

И вот тут, если повезет, можно заметить одну простую, но гениальную вещь. Сила инерции, также как и сила тяжести, действует на каждый атом тела в лифте, стремясь сообщить всем атомам одно и то же ускорение. В результате каждый атом этого тела движется так, как будто ни сила тяжести, ни сила инерции, на него не действуют... Или на самом деле не действуют? Вспомним о Местном скоплении, связывая с ним систему отсчета, мы именно так и считаем. А в чем отличие Местного скопления от лифта? Только в масштабах!

Итак, на основе проделанных мысленных наблюдений мы делаем рискованное и поистине революционное предположение: в системе отсчета свободно падающего лифта на тело, находящееся в нем, никаких сил не действует! То есть не сила тяжести компенсируется силой инерции, а просто нет ни той, ни другой!

СИЛА ТЯЖЕСТИ ИСЧЕЗЛА!!!

Но исчезнуть при переходе в другую систему отсчета может только сила инерции, значит...

СИЛА ТЯЖЕСТИ — ЭТО ПРОСТО ЕЩЕ ОДНА СИЛА ИНЕРЦИИ!

Однако в лифте она исчезла. Вместе с поступательной силой инерции. Значит...

«ЛИФТ» — ИНЕРЦИАЛЬНАЯ СИСТЕМА ОТСЧЕТА!

Значит,

«ЗЕМЛЯ» — НЕИНЕРЦИАЛЬНАЯ СИСТЕМА ОТСЧЕТА!

Все с ног на голову! Однако пока все логично. Что же, добро пожаловать в Мир общей теории относительности!

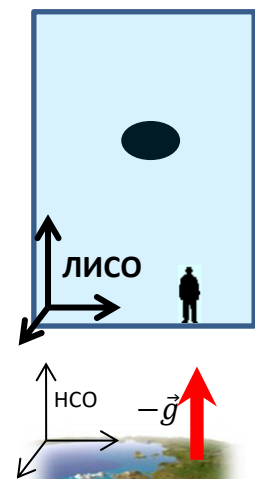
Итак, с точки зрения общей теории относительности (ОТО) на груз свободно падающий в свободно падающем лифте, в СО этого лифта никаких сил не действует. В этом плане взгляд ОТО явно проще описания механики Ньютона из НСО «Лифт», при этом он

сохраняет все преимущества последнего. Взгляд ОТО из лифта представлен на рис. 1, в.

Все замечательно, но есть одно «но». Если мы берем лифт, свободно падающий в Москве, и проводим внутри него разнообразные физические опыты, то мы вполне можем считать, что этот лифт — ИСО, и в нем нет силы тяжести. Также мы можем полагать, находясь внутри лифта, свободно падающего в Нью-Йорке. Но, если сопоставить движения этих лифтов друг с другом, их относительное движение будет ускоренным. Выходит, что по отдельности мы можем считать лифты инерциальными телами отсчета а вместе — нет. Следовательно, инерциальная система отсчета, в которой устранена сила гравитации, может существовать лишь локально. Другими словами инерциальной ее можно считать лишь в приближении однородного поля. Такая инерциальная система отсчета называется локальной инерциальной системой отсчета (ЛИСО) В отличие от ньютоновского подхода, здесь мы хотя бы знаем к чему стремиться: чем меньше падающий лифт, тем ближе все что в нем происходит к событиям в идеальной ЛИСО. При этом он вовсе не должен быть каким-то очень уж миниатюрным: «лифт» размером в десятки и даже сотни

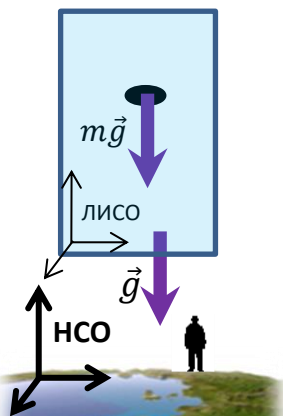
метров в качестве ЛИСО, думается, вполне подойдет. Но все же отметим: гравитация — это особая сила инерции: ее нельзя устранить повсеместно, путем перехода в «правильную» систему отсчета. То есть мы приходим к утверждению почти противоположному первому закону Ньютона:

Инерциальных систем отсчета, глобально, не существует.



ОТО, СО «Лифт»:
 $\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{a}' = 0$

Рис. 1, в



ОТО, СО «Земля»:
 $\vec{F}_{\text{ин}} = m\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

Рис. 1, г

Итак, с точки зрения ОТО, никакое массивное тело, например, Земля не может быть инерциальным телом отсчета, поскольку любая ЛИСО типа «Лифт» движется относительно него с ускорением. Причем Земля не может быть ИСО не только глобально, но и локально: в системе отсчета, связанной с Землей, гравитация существует везде (ну разве что не в центре). Осталось спуститься с лифта на землю и посмотреть, как теперь выглядит свободное падение. Взгляд ОТО с Земли представлен на рис. 1,г. Здесь все очень похоже на то, что было вначале, но с одним существенным отличием: ускорение свободного падения, создается действием на тело силы инерции. До сих пор мы считали, что силу инерции нельзя считать результатом действия других тел², однако Земля явно принимает участие в возникновении данной силы инерции-гравитации. Поэтому, если мы все же хотим причислить силу гравитации к силам инерции, придется сделать для нее исключение.

Пожалуй, стоит дать четкие определения силы инерции и инерциальной системы отсчета, пусть даже они так или иначе были по сути уже сформулированы по ходу изложения. Это нужно сделать, во-первых потому, что понятия силы взаимодействия и силы инерции перестали исключать друг друга, ну и просто, чтобы к этому вопросу больше не возвращаться.

Определение. Силой инерции, мы будем называть любую силу, действие которой можно устранить переходом в другую систему отсчета, пусть даже локально.

Определение. Инерциальной назовем систему отсчета, в которой устранена сила инерции, пусть даже локально.

Сформулируем также окончательный вывод из проведенных нами мысленных экспериментов в виде принципа, известного под названием *принцип эквивалентности*. В различных учебниках и в Интернете можно найти различные формулировки, они несколько отличаются друг от друга, но в целом все об одном и том же. Итак,

Принцип эквивалентности

Однородное гравитационное поле устранимо переходом в систему отсчета, связанную с телом, свободно, без вращения, падающем в этом поле.

² Кстати вполне возможно, что и это не так. Беркли и впоследствии Мах пытались объяснить устранимую силу инерции ускорением и вращением подвергаемого ее воздействию тела, относительно всех других тел Вселенной. Идея кажется надуманной лишь поначалу. Если как следует вникнуть в принцип Маха, ощущение надуманности быстро проходит. Подробнее об этом можно прочесть в книге Д. Сиама «Физические принципы общей теории относительности».

В завершение этой части рассмотрим еще один принципиальный вопрос. С позиций ОТО простым и изящным образом решается застарелая проблема совпадения гравитационной и инертной масс тела, которое в рамках механики Ньютона необъяснимо. Поскольку сила инерции-гравитации сообщает телам ускорение, независимо от их масс, она всегда пропорциональна инертной массе тела, на которое действует. Другими словами гравитационной массы нет, существует только инертная масса. Поэтому в дальнейшем можно говорить о просто массе. Но массой обладает и Земля, отличаясь от камня лишь тем, что ее масса больше. Это и означает, что сила инерции-гравитации пропорциональна массам обоих взаимодействующих тел. Тайна гравитации начинает приоткрываться.

Однако, несмотря на всю революционность подхода, мы пока еще не обнаружили никаких трансформаций пространства и времени, которые происходят в специальной теории относительности (СТО) буквально с первых шагов. Тогда при чем здесь вообще теория относительности? Сейчас мы это узнаем ☺

2. Замедление времени в однородном гравитационном поле

Снова рассмотрим однородное гравитационное поле. Как мы, наверное, уже понимаем, оно существует не только вблизи поверхности массивных тел, но может быть создано также искусственно, например, на борту равноускоренно движущегося космического корабля. В силу принципа эквивалентности, искусственное гравитационное поле должно быть равносильно истинному, стало быть, результаты, которые мы получим для равноускоренной системы отсчета (РСО), будут справедливы и для истинного гравитационного поля. Рассмотрим из ИСО пару местных наблюдателей привязанных к РСО. Как мы уже выяснили, в ИСО они будут двигаться с ускорением, противоположным ускорению свободного падения самой ИСО в РСО, в данном случае под действием силы нормальной реакции пола ракеты (допустим, наблюдатели расположены на разных ее этажах). Пусть в нулевой момент времени, по часам ИСО, местный наблюдатель 1 имеет координату x , наблюдатель 2 находится почти в начале координат, а скорость наблюдателей равна нулю. На мировой диаграмме, изображенной на рис. 2, инерциальным часам в нулевой момент времени соответствуют точки A_1 и A_2 , а местным наблюдателям – точки A'_1 и A'_2 . Пусть теперь по часам местного наблюдателя 1 проходит время $ct_1 = \overline{A'_1 B'_1} \cong \overline{A_1 B'_1}$. За это время он наберет скорость, и его мировая линия наклонится к мировой линии инерциальных часов, следовательно, наклонится и его пространственная линия. Теперь одновременным с B'_1 для 1 является не событие и

B_2 , а событие B'_2 . Стало быть, пока по часам местного наблюдателя 1 проходит время t_1 , по часам местного наблюдателя 2 проходит время

$$t_2 = \overline{A'_2 B'_2} \cong \overline{A_2 B'_2} \cong t_1 + \Delta t. \quad (1)$$

Сдвиг одновременности Δt может быть легко найден по рис. 2:

$$c\Delta t = x \operatorname{tg} \beta = \frac{xv}{c}, \quad (2)$$

то есть

$$\Delta t = \frac{xv}{c^2}. \quad (3)$$

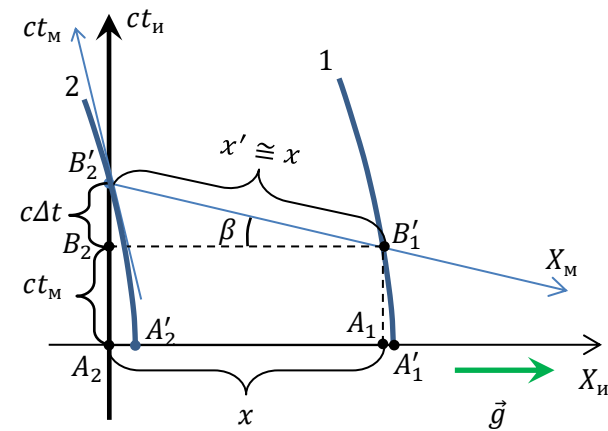


Рис. 2. Однородное гравитационное поле: мировая линия местного наблюдателя в ИСО.

Тот же результат может быть получен по известной формуле сдвига одновременности или напрямую из преобразований Лоренца. Ну

и, наконец,

$$v = gt_1, \quad (4)$$

где g – ускорение РСО. Таким образом,

$$t_2 = t_1 \left(1 + \frac{gx}{c^2}\right). \quad (5)$$

В силу принципа эквивалентности, эта связь хода часов остается справедливой и для однородного гравитационного поля. В этом случае x – высота часов 2 над часами 1.

Соотношение (5) является приближенным. Точный результат можно получить, записав (5) в дифференциальной форме и проинтегрировав:

$$dt = \frac{tg}{c^2} dx, \quad (6)$$

или

$$\frac{dt}{t} = \frac{g}{c^2} dx, \quad (7)$$

или

$$\ln \frac{t_2}{t_1} = \frac{gx}{c^2}, \quad (8)$$

Или, окончательно

$$t_2 = t_1 \exp \frac{gx}{c^2}. \quad (9)$$

Таким образом, чем ниже расположены в гравитационном поле часы, тем медленнее они идут. Это именно то гравитационное замедление хода времени, которое было обнаружено в эксперименте Хафеле–Китинга в 1971 г., его также приходится учитывать в работе глобальных навигационных систем.